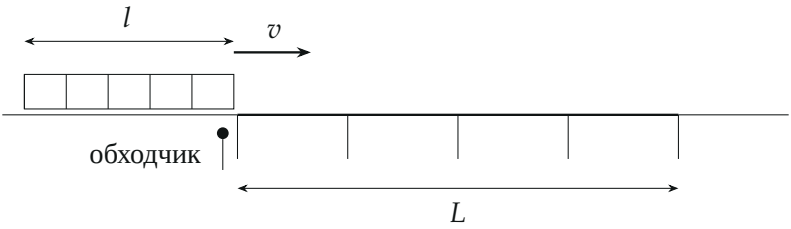
Поезд на мосту

Задача 2. [Росатом 2022/23, отборочный этап, 7 класс, Москва, задача 2] По длинному мосту равномерно едет поезд. Известно, что поезд находился на мосту в течение времени $t_1 = 120$ с, а мимо обходчика пути, стоящего около начала моста, поезд проезжал в течение времени $t_2 = \dfrac{t_1}{3}$ с. Какое время ехал по мосту человек, сидящий в купе шестого вагона? Во сколько раз длина моста больше длины поезда?



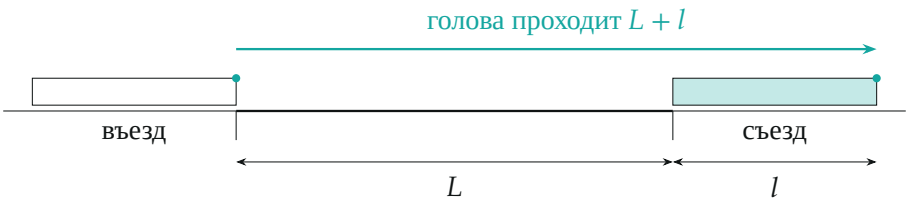
Поясняющий рисунок: поезд длиной l подъезжает к мосту длиной L, у начала моста стоит обходчик

▲ **Решение. Что происходит.** Задача на равномерное движение протяжённого тела. Главное — понять, какую точку поезда и какой путь описывает каждое время: «поезд на мосту», «поезд проезжает мимо обходчика», «человек едет по мосту».

Обозначения. v — скорость поезда, l — длина поезда, L — длина моста, t — искомое время для пассажира.

1. Время t_1: поезд на мосту. Поезд на мосту, пока на мосту есть хоть одна его точка: от въезда головы локомотива до съезда хвоста последнего вагона. За это время голова проходит мост и ещё длину поезда:

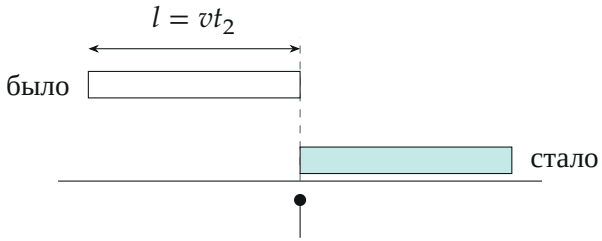
$$t_1 = \frac{L + l}{v}.$$



Поезд на мосту: от въезда головы до съезда хвоста голова проходит $L + l$

2. Время t_2: мимо обходчика. Мимо точки поезд проезжает от прохода головы до прохода хвоста — путь, равный длине поезда:

$$t_2 = \frac{l}{v} = \frac{t_1}{3} = 40 \text{ с}.$$



Мимо обходчика: точка поезда напротив него сменяется от головы до хвоста — путь l

3. Время пассажира. Пассажир — точка поезда. По мосту он едет, пока сам находится над мостом: от въезда до съезда проходит путь L, где бы в поезде ни сидел (номер вагона не важен):

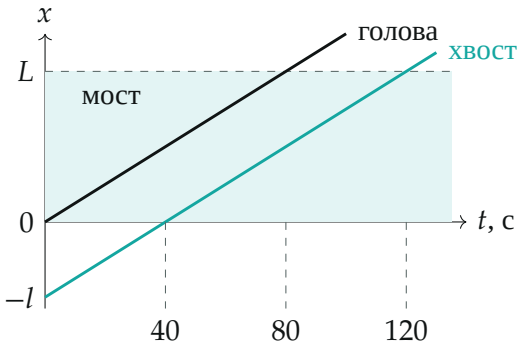
$$t = \frac{L}{v} = \frac{L+l}{v} - \frac{l}{v} = t_1 - t_2 = \frac{2}{3}t_1 = 80 \text{ с}.$$

4. Отношение длин. Делим t_1 на t_2:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{L+l}{l} = \frac{L}{l} + 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{L}{l} = \frac{t_1}{t_2} - 1 = 3 - 1 = 2.$$

Обратите внимание: «шестой вагон» — лишняя подробность: любая точка поезда проходит мост за одно и то же время L/v.

Проверка. График координат головы и хвоста от времени: хвост отстаёт от головы на t_2. Голова на мосту от 0 до t, хвост — от t_2 до $t_2 + t = t_1$. Числа сходятся: $40+80 = 120$ с. Предел: очень короткий поезд ($l \to 0$) — $t_2 \to 0$ и $t \to t_1$, как и должно быть.



Координаты головы и хвоста поезда: голова на мосту от 0 до 80 с, хвост — от 40 до 120 с

Смысл: время на мосту для поезда больше времени для пассажира ровно на время, за которое поезд проходит свою длину.

Ответ. $t = t_1 - t_2 = \dfrac{2}{3} t_1 = 80$ с; длина моста в $\dfrac{t_1}{t_2} - 1 = 2$ раза больше длины поезда.