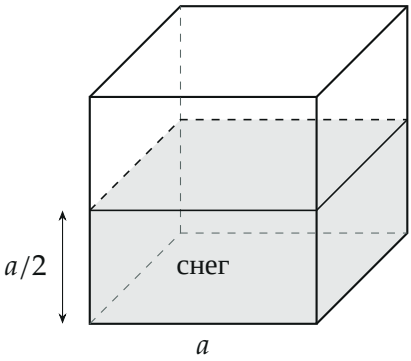
Плотность свежего снега

Задача 3. [Росатом 2022/23, отборочный этап, 7 класс, регионы, задача 3] После снегопада бак с полностью открытым верхом был заполнен снегом наполовину. Бак имеет форму куба с ребром $a = 1$ м. Из собранного снега получили объём $V = 75$ л воды. Какова плотность свежевыпавшего снега? Плотность воды $\rho_0 = 1$ г/см^3.



Поясняющий рисунок: кубический бак с ребром a, снег (серый) заполняет его наполовину

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на плотность. Плотность снега — масса снега, делённая на объём, который он занимает. Объём снега знаем по баку: половина куба. Массу снега напрямую не взвешивали, но при таянии масса сохраняется (вода — это тот же снег), поэтому масса снега равна массе полученной воды, а её находим по объёму и плотности воды. Снег рыхлый, в нём много воздуха, поэтому ждём плотность намного меньше, чем у воды.

Обозначения. $V_с$ — объём снега в баке, m — масса снега (и воды из него), ρ — плотность снега.

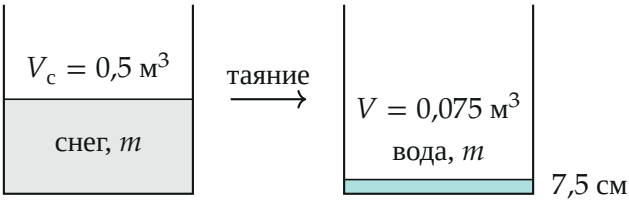
1. Объём снега. Бак — куб объёмом a^3, снег занимает половину:

$$V_с = \frac{1}{2}a^3 = \frac{1}{2}\cdot 1\ \text{м}^3 = 0{,}5\ \text{м}^3.$$

2. Масса снега. При таянии масса не меняется — меняется только объём. Поэтому масса снега равна массе воды:

$$m = \rho_0 V = 1000\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0{,}075\ \text{м}^3 = 75\ \text{кг}.$$

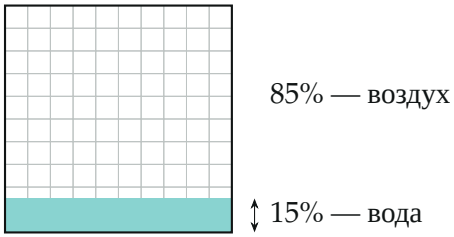
Здесь перевели единицы: $\rho_0 = 1\ \text{г/см}^3 = 1000\ \text{кг/м}^3$, $V = 75\ \text{л} = 0{,}075\ \text{м}^3$.



Тот же бак до и после таяния: масса та же, объём уменьшился в $0{,}5/0{,}075 \approx 6{,}7$ раза — вода покрыла дно слоем 7,5 см

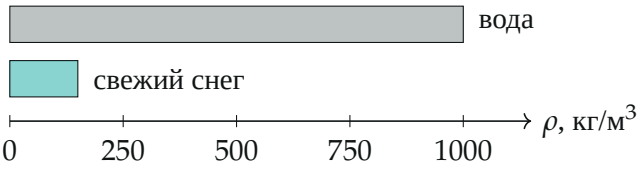
3. Плотность снега. По определению

$$\rho = \frac{m}{V_\text{с}} = \frac{\rho_0 V}{a^3/2} = \frac{2V\rho_0}{a^3} = \frac{2 \cdot 0{,}075\ \text{м}^3 \cdot 1000\ \text{кг/м}^3}{1\ \text{м}^3} = 150\ \text{кг/м}^3.$$



Если бы снег «сжать» до воды, из каждого кубометра снега получилось бы $0{,}15\ м^3$ воды (бирюзовая полоса), остальное объёма занимал воздух

Обратите внимание: в ρ делим на объём *снега* — половину бака, $0{,}5\ \text{м}^3$, а не на весь бак. Деление на a^3 дало бы вдвое меньший ответ $75\ \text{кг/м}^3$.



Плотность свежего снега и воды в одном масштабе: снег легче воды почти в 7 раз

Проверка. Размерность: $\frac{V\rho_0}{a^3}$ — (м^3·кг/м^3)/м^3 = кг/м^3. Разумность: $\rho < \rho_0$, ведь снег рыхлый; 150 кг/м^3 — обычная плотность свежего снега. Другой путь: отношение плотностей равно обратному отношению объёмов одной массы, $\rho/\rho_0 = V/V_c = 0{,}075/0{,}5 = 0{,}15$.

Смысл: масса при таянии сохраняется, а объём уменьшается во столько же раз, во сколько снег легче воды.

Ответ. $\rho = \dfrac{2V\rho_0}{a^3} = 150$ кг/м^3 (0,15 г/см^3).