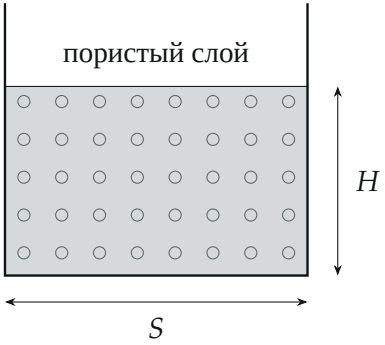
Пористый материал в воде

Задача 1. [Росатом 2022/23, отборочный этап, 8 класс, Москва, задача 1] Дно сосуда с вертикальными стенками и площадью дна $S = 200$ см^2 покрыто слоем пористого материала (типа поролона) толщиной $H = 10$ см. В сосуд наливают $V = 1$ л воды, и нижняя часть материала толщиной $h = 6$ см оказывается в воде. В сосуд наливают ещё такой же объём воды. Найти высоту уровня воды над материалом. При заполнении пор водой материал не растягивается, воздух из пор выходит полностью, в воде материал не всплывает.



Поясняющий рисунок: сосуд, дно которого покрыто пористым слоем толщиной H

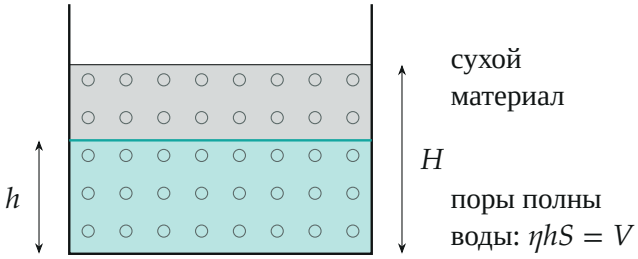
▲ **Решение. Что происходит.** Задача на объём и плотность упаковки. Вода сначала заполняет поры материала снизу вверх, и только когда поры заполнены по всей толщине H, начинает подниматься над материалом. Первая порция воды позволяет найти, какая доля объёма материала приходится на поры.

Обозначения. η — доля объёма материала, занятая порами (пористость); ΔV — вода, оставшаяся над материалом; Δh — искомая высота её слоя.

1. Пористость по первой порции. После первой порции вода заполнила все поры нижнего слоя толщиной h, и больше воды нет нигде (над этим слоем материал сухой). Объём этого слоя hS, объём пор в нём ηhS

равен объёму налитой воды:

$$\eta hS = V \quad \Rightarrow \quad \eta = \frac{V}{hS} = \frac{1000\ \text{см}^3}{6\ \text{см} \cdot 200\ \text{см}^2} = \frac{5}{6}.$$



После первой порции: вода только в порах нижнего слоя толщиной h

2. Сколько воды уйдёт в сухую часть. Сухая часть материала имеет толщину $H - h$, объём пор в ней

$$V_\text{п} = \eta(H-h)S = \frac{V(H-h)}{h} = \frac{4}{6}V = \frac{2}{3}\ \text{л}.$$

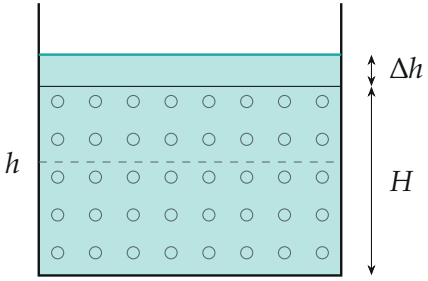
Это меньше второй порции $V = 1$ л, значит, вторая порция заполнит все оставшиеся поры, и часть воды останется над материалом.

3. Вода над материалом. Закон сохранения объёма воды: вторая порция V = вода в верхних порах $V_\text{п}$ + слой над материалом ΔV:

$$\Delta V = V - \frac{V(H-h)}{h} = \frac{V(2h-H)}{h} = \frac{1}{3}\ \text{л}.$$

Над материалом стенки вертикальные и пор нет, поэтому слой высоты Δh имеет объём $S\,\Delta h$:

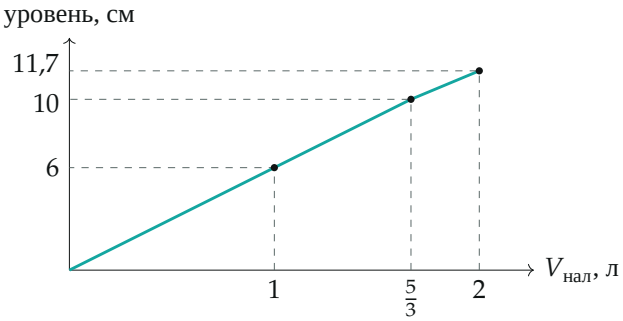
$$\Delta h = \frac{\Delta V}{S} = \frac{V(2h-H)}{hS} = \frac{1000 \cdot 2}{6 \cdot 200}\ \text{см} \approx 1{,}7\ \text{см}.$$



После второй порции: поры заполнены по всей толщине H, сверху слой воды Δh

Обратите внимание: вода над материалом занимает всё сечение S, а в материале — только долю η сечения. Поэтому поднять уровень на 1 см в материале стоит $\eta S \cdot 1$ см воды, а над ним — $S \cdot 1$ см.

Проверка. Размерность: $\dfrac{V}{S}$ — длина, множитель $\dfrac{2h-H}{h}$ безразмерный. Предел: при $2h = H$ (первая порция заполнила ровно половину) вторая заполнит ровно вторую половину, и над материалом воды нет — формула даёт $\Delta h = 0$. Второй способ: всего налито $2V$, в материале поместилось $\eta HS = \frac{5}{6} \cdot 10 \cdot 200 = 1667$ см^3, сверху $2000 - 1667 = 333$ см^3, $\Delta h = 333/200 \approx 1{,}7$ см.



Уровень воды от налитого объёма: в материале 6 см на литр (вода занимает долю η сечения), над ним — 5 см на литр

Смысл: материал «впитывает» $\eta HS \approx 1{,}67$ л, всё сверх этого лежит слоем над ним.

Ответ. $\Delta h = \dfrac{V(2h-H)}{hS} = \dfrac{1}{3}$ л : 200 см$^2 \approx 1{,}7$ см.