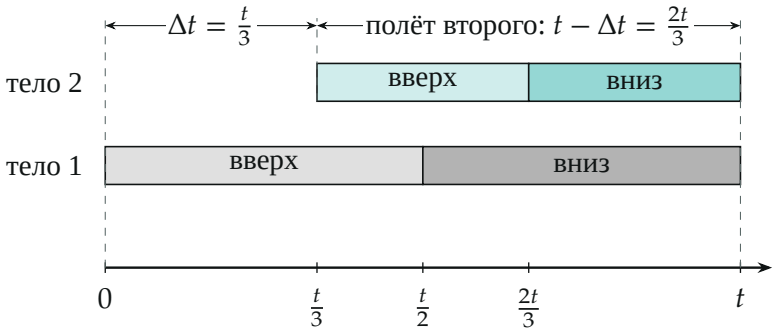
Два тела, брошенных вверх

Задача 2. [Росатом 2022/23, отборочный этап, 9 класс, задача 2] С поверхности земли вертикально вверх бросили тело. Через некоторое время Δt с поверхности земли вертикально вверх бросили второе тело, начальная скорость которого составляет $2/3$ от начальной скорости первого. Найти время задержки броска второго тела Δt, если известно, что тела упали на землю одновременно, а время движения первого тела равно t.



Поясняющий рисунок (в условии рисунка нет): время движения тел. Второе тело брошено позже на Δt и упало одновременно с первым

▲ **Решение. Что происходит.** Тело, брошенное с земли вверх и упавшее на землю, летит время $2v_0/g$: столько же времени идёт подъём до верхней точки и столько же — падение. Оба тела упали в один момент, второе стартовало на Δt позже, поэтому его время полёта на Δt меньше, чем у первого. Главная идея: сравнить времена полёта по формуле $2v/g$; ускорение g и скорость v_0 сократятся, ответ получится в долях t.

Обозначения. v_0 — начальная скорость первого тела, $v_2 = \frac{2}{3}v_0$ — второго; t — время движения первого; t_2 — второго. Ось y направлена вверх, начало на земле, $y = 0$ в момент броска; сопротивления воздуха нет.

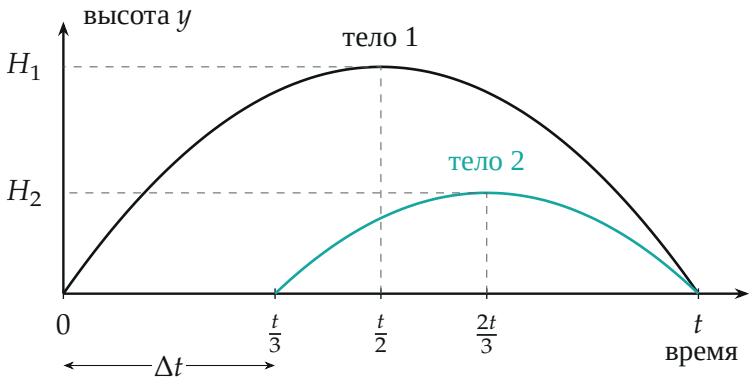
1. Время полёта. Для тела, брошенного вверх со скоростью v с земли, координата $y = v\tau - \frac{1}{2}g\tau^2$ (τ — время с момента броска). Тело вернётся

на землю при $y = 0$, то есть $v\tau - \frac{1}{2}g\tau^2 = 0$:

$$\tau = \frac{2v}{g}.$$

Для первого тела $t = \dfrac{2v_0}{g}$, для второго

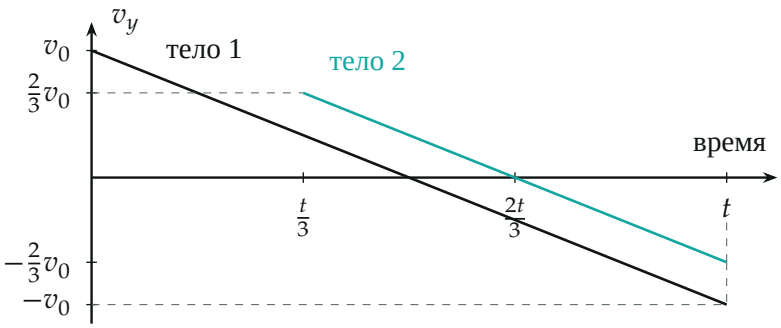
$$t_2 = \frac{2v_2}{g} = \frac{2}{g} \cdot \frac{2}{3} v_0 = \frac{2}{3}\, t.$$



Высота тел как функция времени от броска первого. Второе тело (бирюзовое) стартует в момент $\Delta t = t/3$, поднимается на $H_2 = \frac{4}{9}H_1$ и падает вместе с первым

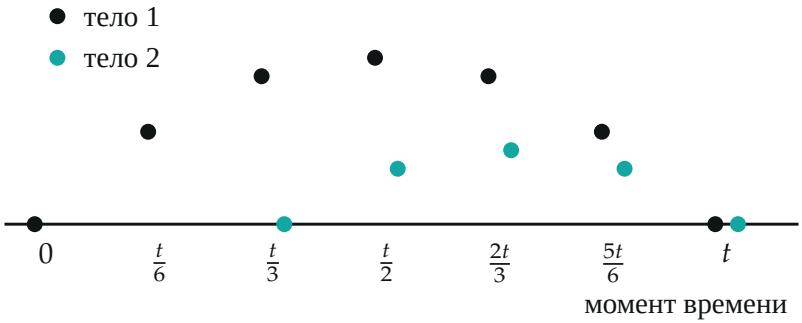
2. Условие одновременного падения. Второе тело брошено на Δt позже, а упало в тот же момент t, поэтому его время полёта $t_2 = t - \Delta t$. Сравним с найденным:

$$t - \Delta t = \frac{2}{3}\, t \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{1}{3}\, t.$$



Проекции скоростей: прямые параллельны (наклон $-g$ у обеих); на землю каждое тело возвращается со скоростью, равной по модулю начальной

Обратите внимание: тела падают одновременно, но стартуют в разное время, поэтому «время движения» у них разное: t у первого и $t - \Delta t$ у второго. Если подставить в формулу для второго тела то же t, задержка потеряется.



Положения тел через $t/6$. Второе тело появляется в момент $t/3$, оба оказываются на земле в момент t

Проверка. Общая формула: если $v_2 = kv_0$, то $t_2 = kt$ и $\Delta t = (1-k)\,t$. При $k = 1$ (одинаковые скорости) $\Delta t = 0$: тела летят вместе; при $k \to 0$ второе тело едва подпрыгивает, $\Delta t \to t$. Числа: пусть $t = 3$ с, $g = 10$ м/с^2, тогда $v_0 = 15$ м/с, $v_2 = 10$ м/с, $t_2 = 2$ с и второе тело надо бросить в момент $\Delta t = 1$ с: оно упадёт в момент $1 + 2 = 3$ с — одновременно с первым. Размерность: время.

Ответ. $\Delta t = \dfrac{t}{3}$.