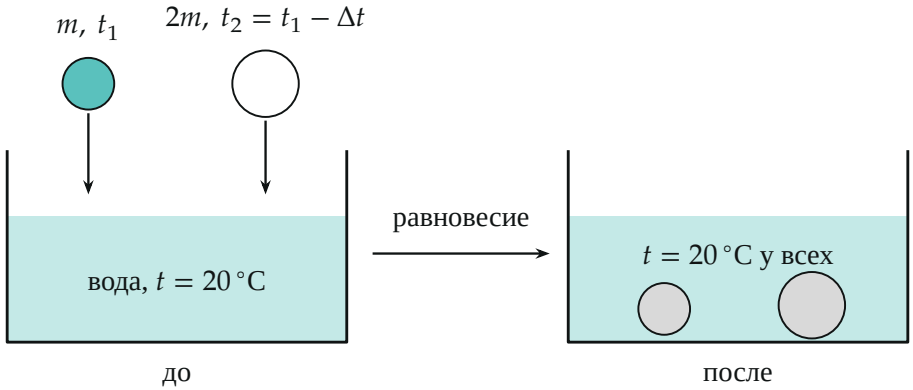
Два тела в калориметре

Задача 4. [Росатом 2022/23, отборочный этап, 9 класс, задача 4] В теплоизолированный калориметр с водой комнатной температуры $t = 20\,^\circ\text{C}$ опускают два тела из одного и того же вещества с массами m и $2m$. Известно, что температура первого тела больше температуры второго тела на $\Delta t = 60\,^\circ\text{C}$, и что при установлении теплового равновесия температура воды не изменилась. Найти начальные температуры тел.



Поясняющий рисунок (в условии рисунка нет): два тела опускают в воду, после установления равновесия тела и вода — при температуре воды

▲ **Решение.** **Что происходит.** Тела обмениваются теплом с водой, пока не наступит тепловое равновесие: у тел и воды станет одна температура. Температура воды в итоге та же, что была, — значит, и внутренняя энергия воды не изменилась: вода тепла не получила и не отдала. Всё тепло, которое отдало горячее тело, досталось холодному, а конечная температура тел равна температуре воды $t = 20\,^\circ\text{C}$. Главная идея: уравнение теплового баланса для двух тел, воду из него можно исключить.

Обозначения. c — удельная теплоёмкость вещества тел; t_1 — начальная температура тела массой m, $t_2 = t_1 - \Delta t$ — тела массой $2m$; $t = 20\,^\circ\text{C}$ — температура воды и конечная температура тел. Калориметр теплоизолирован, потерь тепла и фазовых превращений нет.

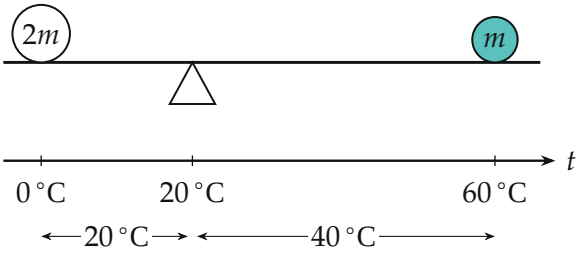
1. Конечное состояние. Равновесие установилось, поэтому у воды и обоих тел одна температура. У воды она не изменилась, значит, равна $t = 20\,^\circ\text{C}$ и у тел.

2. Уравнение теплового баланса. Изменение внутренней энергии каждого тела — $cm(t_{\text{кон}} - t_{\text{нач}})$. Воды в балансе нет (её энергия не изменилась), а система тел и воды изолирована, поэтому сумма изменений энергии тел равна нулю:

$$cm\,(t - t_1) + c \cdot 2m\,(t - t_2) = 0.$$

Подставим $t_2 = t_1 - \Delta t$ и сократим на cm:

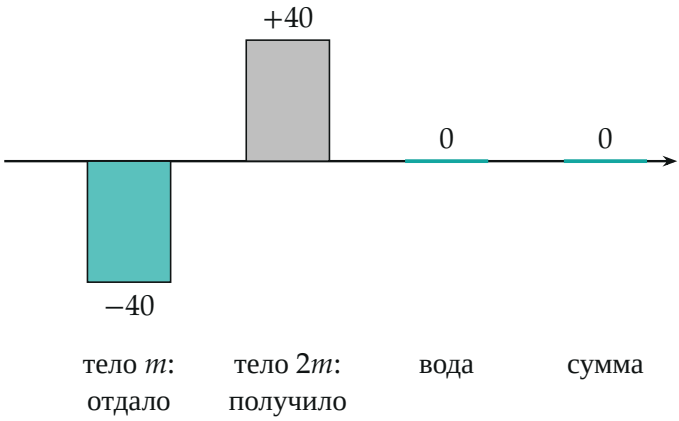
$$(t - t_1) + 2\,(t - t_1 + \Delta t) = 0 \quad \Rightarrow \quad 3\,(t - t_1) + 2\Delta t = 0.$$



Баланс похож на правило рычага: «грузы» m и $2m$ на шкале температур, «опора» — температура воды $t = 20\,^\circ C$. Расстояния до опоры 40 и $20\,^\circ C$: вдвое более лёгкое тело стоит вдвое дальше, и рычаг уравновешен ($m \cdot 40 = 2m \cdot 20$)

3. Температуры тел.

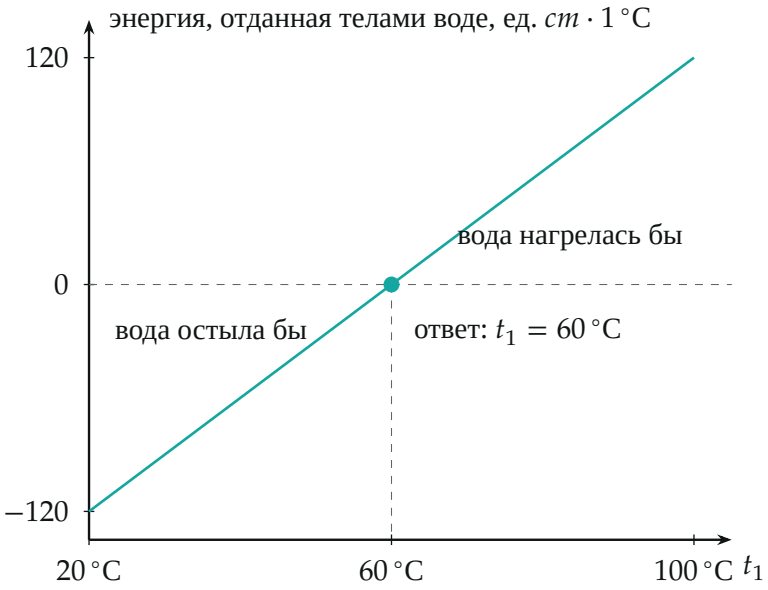
$$t_1 = t + \frac{2}{3}\Delta t = 20 + 40 = 60\,^\circ\text{C}, \qquad t_2 = t_1 - \Delta t = 0\,^\circ\text{C}.$$



Теплота (в единицах $cm \cdot 1\,^\circ C$): тело m остыло с 60 до $20\,^\circ C$ и отдало $cm \cdot 40$; тело $2m$ нагрелось с 0 до $20\,^\circ C$ и получило $c \cdot 2m \cdot 20 = cm \cdot 40$; вода — ноль

Обратите внимание: «температура воды не изменилась» не значит, что тела не обменивались теплом с водой: по ходу процесса вода могла чуть нагреваться и остывать. Важно, что в итоге её энергия вернулась к прежней, поэтому в балансе участвуют только начальное и конечное состояния тел.

Проверка. Второй способ — правило рычага: $m\,(t_1 - t) = 2m\,(t - t_2)$, то есть $40 = 2 \cdot 20$ — верно. Предел: при $\Delta t = 0$ оба тела имели бы температуру воды, $t_1 = t_2 = 20\,^\circ\text{C}$: формула $t_1 = t + \frac{2}{3}\Delta t$ даёт именно это. Баланс энергии в зависимости от t_1 — линейная функция $3t_1 - 180$ (в единицах $cm \cdot 1\,^\circ\text{C}$), и нулевое значение даёт единственное решение.



Энергия, которую тела отдали бы воде при остывании до 20 °C, в зависимости от t_1 (при $t_2 = t_1 - 60\,^\circ C$): $3t_1 - 180$. Вода не меняется только при нуле

Смысл: чтобы горячее тело массой m ровно уравновесило холодное массой $2m$ вокруг температуры воды, оно должно быть вдвое дальше от неё по шкале температур.

Ответ. Температура тела массой m равна 60 °C, тела массой $2m$ — 0 °C.