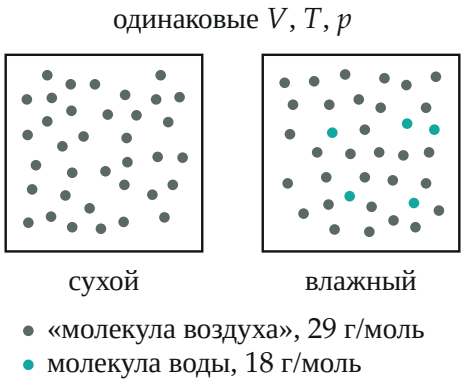
Сухой и влажный воздух

Задача 2. [Росатом 2022/23, заключительный этап, 10 класс, задача 2] Найти отношение плотности сухого и влажного воздуха при температуре $t = 20\,^\circ\text{C}$ и давлении $p = 10^5$ Па. Считать, что влажный воздух содержит насыщенный водяной пар. Давление насыщенного пара при этой температуре составляет $p_0 = 2 \cdot 10^3$ Па. Средняя молярная масса воздуха $\mu_{\text{возд}} = 29$ г/моль, молярная масса атомарного водорода $\mu_H = 1$ г/моль, молярная масса атомарного кислорода $\mu_O = 16$ г/моль.



Поясняющий рисунок: при одинаковых V, T и p в сосудах одинаковое число молекул; во влажном воздухе часть молекул воздуха заменена молекулами воды (их доля на рисунке сильно преувеличена)

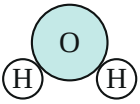
▲ **Решение. Что происходит.** Плотность газа — масса молекул в единице объёма. При одних и тех же температуре и давлении в одинаковых объёмах находится одинаковое число молекул (это следует из уравнения $p = nkT$), какими бы они ни были. Во влажном воздухе часть «молекул воздуха» заменена молекулами воды, а они *легче*: 18 г/моль против 29. Поэтому влажный воздух легче сухого, и отношение плотностей чуть больше единицы. Класс задачи — смесь идеальных газов: закон Дальтона и уравнение Менделеева — Клапейрона для каждой компоненты.

Обозначения. $T = 293$ К; $p = 10^5$ Па — полное давление; p_0 — давление насыщенного пара (парциальное давление пара во влажном

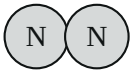
воздухе); $\mu_{\text{вод}}$ — молярная масса воды; $\rho_{\text{с}}$ и $\rho_{\text{в}}$ — плотности сухого и влажного воздуха.

1. Молярная масса воды. Молекула воды H_2O — два атома водорода и атом кислорода:

$$\mu_{\text{вод}} = 2\mu_H + \mu_O = 2 \cdot 1 + 16 = 18 \text{ г/моль}.$$



$2 \cdot 1 + 16 = 18$



в среднем 29

Молекула воды (18 г/моль) легче средней молекулы воздуха (29 г/моль; воздух — в основном азот N_2 и кислород O_2)

2. Масса сухого воздуха в объёме V. Уравнение Менделеева — Клапейрона для сухого воздуха:

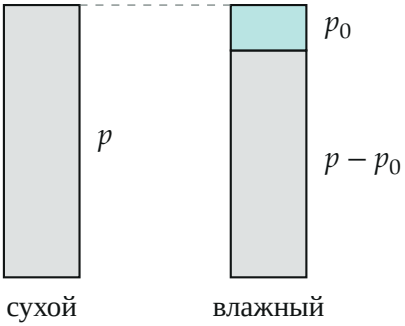
$$pV = \frac{m_{\text{с}}}{\mu_{\text{возд}}} RT,$$

откуда

$$\rho_{\text{с}} = \frac{m_{\text{с}}}{V} = \frac{p\,\mu_{\text{возд}}}{RT}.$$

3. Влажный воздух — смесь двух газов. По закону Дальтона давление смеси равно сумме парциальных давлений компонент: каждый газ давит так, как если бы занимал весь объём один. Пар насыщенный, его парциальное давление p_0; полное давление p то же, что у сухого воздуха, значит, на собственно воздух приходится

$$p_{\text{возд}} = p - p_0.$$



Давления: у влажного воздуха то же полное давление p складывается из давления воздуха $p - p_0$ и давления пара p_0 (доля пара преувеличена)

4. Плотность влажного воздуха. Уравнение Менделеева — Клапейрона для каждой компоненты в том же объёме V при той же температуре:

$$m_{\text{возд}} = \frac{(p - p_0)\,\mu_{\text{возд}} V}{RT}, \qquad m_{\text{пар}} = \frac{p_0\,\mu_{\text{вод}} V}{RT},$$

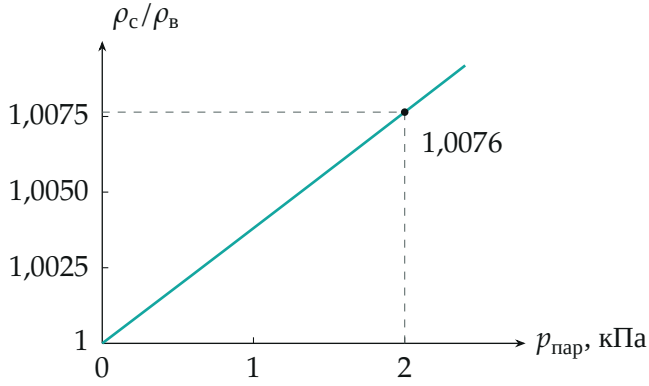
$$\rho_{\text{в}} = \frac{m_{\text{возд}} + m_{\text{пар}}}{V} = \frac{(p - p_0)\,\mu_{\text{возд}} + p_0\,\mu_{\text{вод}}}{RT}.$$

5. Отношение. Множитель RT сокращается — температура в ответ не входит (она нужна только чтобы знать p_0):

$$\frac{\rho_{\text{с}}}{\rho_{\text{в}}} = \frac{p\,\mu_{\text{возд}}}{(p - p_0)\,\mu_{\text{возд}} + p_0\,\mu_{\text{вод}}}$$

$$\frac{\rho_{\text{с}}}{\rho_{\text{в}}} = \frac{1}{1 - \dfrac{p_0}{p} \cdot \dfrac{\mu_{\text{возд}} - \mu_{\text{вод}}}{\mu_{\text{возд}}}} = \frac{1}{1 - 0{,}02 \cdot \dfrac{11}{29}} \approx 1{,}0076.$$

Отношение больше единицы: сухой воздух плотнее влажного на 0,76 %.



Отношение плотностей в зависимости от парциального давления пара при $p = 10^5$ Па (вертикальная ось начинается с 1); точка — насыщенный пар при 20 °C

Обратите внимание. Привычное «влажный воздух тяжелее» неверно: при том же давлении пар не добавляется к воздуху, а *вытесняет* часть его молекул, и каждая замена облегчает смесь на $29 - 18 = 11$ г/моль. Вертикальная ось графика начинается не с нуля: эффект — доли процента.

Проверка. Размерность: отношение давлений, умноженных на молярные массы, — безразмерно. Пределы: при $p_0 = 0$ (пара нет) отношение равно 1; если бы молярные массы совпадали ($\mu_{вод} = \mu_{возд}$), тоже 1 — замена молекул не меняла бы массу. Число: $29 \cdot 10^5 / (29 \cdot 98\,000 + 18 \cdot 2000) = 2{,}9 \cdot 10^6 / 2{,}878 \cdot 10^6 = 1{,}0076$.

Ответ. $\dfrac{\rho_с}{\rho_в} = \dfrac{p\,\mu_{возд}}{(p - p_0)\,\mu_{возд} + p_0\,\mu_{вод}} \approx 1{,}0076$, где $\mu_{вод} = 2\mu_H + \mu_O = 18$ г/моль.