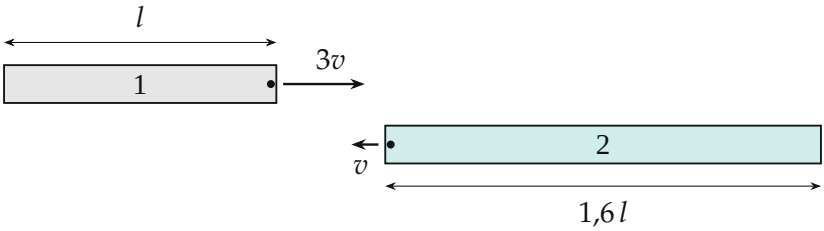
Два встречных поезда

Задача 1. [Росатом 2022/23, заключительный этап, 7 класс, задача 1] Два поезда длиной $l = 200$ м и $1{,}6\,l = 320$ м движутся со скоростями $3v = 60$ м/с и $v = 20$ м/с соответственно по параллельным путям навстречу друг другу. В течение какого времени машинист первого поезда видел напротив себя второй поезд? В течение какого времени машинист второго поезда видел напротив себя первый поезд? В течение какого времени все пассажиры первого поезда видели напротив себя второй поезд?



Поясняющий рисунок: машинисты (точки) в головах поездов, поезда идут навстречу

▲ **Решение. Что происходит.** Удобнее всего перейти в систему отсчёта одного из поездов: в ней этот поезд стоит, а другой едет мимо него со скоростью $3v + v = 4v$ (скорости встречного движения складываются). Тогда каждый вопрос сводится к тому, какое расстояние должна пройти «точка» или «отрезок» мимо неподвижного поезда. Класс задачи — относительное движение по прямой.

Обозначения. Ось x направлена по движению второго поезда (влево); $u = 4v = 80$ м/с — скорость сближения; t_1, t_2, t_3 — искомые времена.

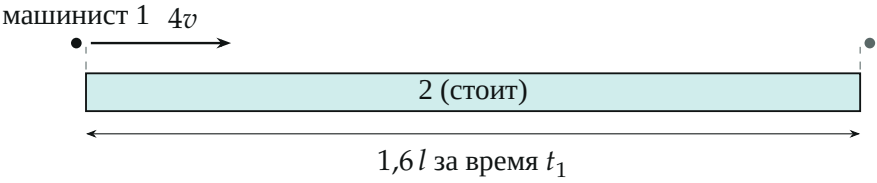
1. Относительная скорость. В системе отсчёта второго поезда земля едет вправо со скоростью v, и первый поезд движется относительно второго со скоростью

$$u = 3v + v = 4v = 80 \text{ м/с}.$$

Такая же по модулю скорость у второго поезда относительно первого.

2. Машинист первого поезда. В системе второго поезда машинист первого — точка, бегущая со скоростью $4v$ вдоль неподвижного поезда длиной $1{,}6\,l$. Он видит второй поезд от его головы до хвоста:

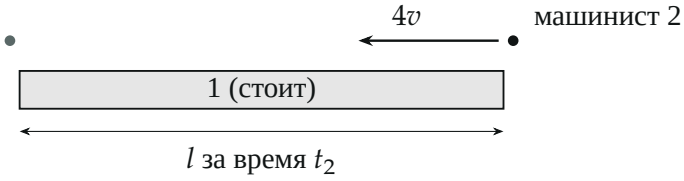
$$t_1 = \frac{1{,}6\,l}{4v} = \frac{320}{80}\ \text{с} = 4\ \text{с}.$$



В системе второго поезда машинист первого проезжает весь второй поезд, путь $1{,}6\,l$

3. Машинист второго поезда. Теперь неподвижен первый поезд длиной l, мимо него со скоростью $4v$ движется машинист второго:

$$t_2 = \frac{l}{4v} = \frac{200}{80}\ \text{с} = 2{,}5\ \text{с}.$$

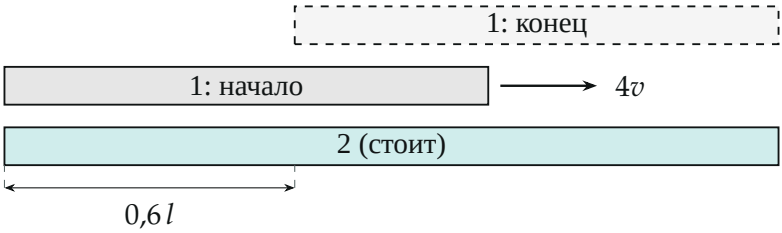


В системе первого поезда машинист второго проезжает первый поезд, путь l

4. Все пассажиры первого поезда. Каждый пассажир видит второй поезд, только пока сам находится напротив него. Все пассажиры видят его одновременно, пока *весь* первый поезд целиком напротив второго. В системе второго поезда это начинается, когда хвост первого поравнялся

с головой второго (весь первый поезд «въехал»), и кончается, когда голова первого дошла до хвоста второго. За это время первый поезд сдвигается на разность длин:

$$t_3 = \frac{1{,}6\,l - l}{4v} = \frac{0{,}6\,l}{4v} = \frac{120}{80}\ \text{с} = 1{,}5\ \text{с}.$$



Весь первый поезд напротив второго: от положения «хвост первого у головы второго» до положения «голова первого у хвоста второго» он сдвигается на $1{,}6\,l - l = 0{,}6\,l$

Обратите внимание. Машинисты видят встречный поезд разное время, хотя скорость сближения одна: каждый проезжает мимо *чужого* поезда, а длины поездов разные. А для «всех пассажиров» важна не сумма длин, а разность: интервал начинается, когда первый поезд целиком вошёл в зону напротив второго.

Проверка. Размерности: м/(м/с) = с. Второй способ для t_3: машинист первого поезда едет в голове и видит второй поезд время t_1. Первую часть этого времени первый поезд ещё «въезжает» (его голова проходит путь l вдоль второго поезда, время $\frac{l}{4v} = 2{,}5$ с), остальное время он весь напротив второго: $t_3 = t_1 - 2{,}5\ \text{с} = 1{,}5$ с. Если бы длины были равны, $t_3 = 0$ — поезда напротив друг друга целиком лишь на мгновение.

Смысл: в системе одного поезда другой просто проезжает мимо со скоростью $4v$, остаётся сосчитать нужный путь.

Ответ. $t_1 = \frac{1{,}6\,l}{4v} = 4$ с; $t_2 = \frac{l}{4v} = 2{,}5$ с; $t_3 = \frac{0{,}6\,l}{4v} = 1{,}5$ с.