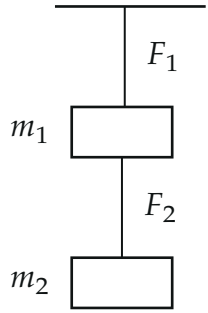
Два тела на нитях

Задача 2. [Росатом 2022/23, заключительный этап, 7 класс, задача 2] На двух невесомых нитях подвешены два тела так, как это показано на рисунке. Отношение сил натяжения верхней и нижней верёвки известно: $F_1 : F_2 = 7 : 3$. Найти отношение масс верхнего и нижнего тел $m_1 : m_2$.



▲ **Решение. Что происходит.** Тела висят неподвижно, значит, силы на каждое тело уравновешены. Нижняя нить держит только нижнее тело, верхняя — оба тела сразу (через верхнее тело и нижнюю нить). Поэтому верхняя нить натянута сильнее, и «лишнее» натяжение верхней нити — это вес верхнего тела. Класс задачи — равновесие связанных тел (первый закон Ньютона для каждого тела).

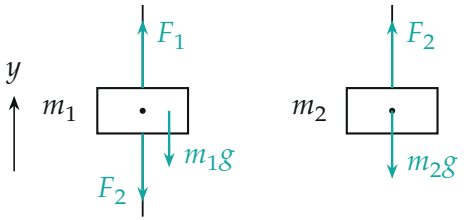
Обозначения. F_1, F_2 — силы натяжения верхней и нижней нитей; m_1, m_2 — массы верхнего и нижнего тел; ось y направлена вверх.

1. Нижнее тело. На него действуют сила тяжести $m_2 g$ (вниз) и сила натяжения нижней нити F_2 (вверх). Условие равновесия в проекции на ось y:

$$F_2 - m_2 g = 0 \quad \Rightarrow \quad F_2 = m_2 g.$$

2. Верхнее тело. На него действуют сила тяжести $m_1 g$ (вниз), натяжение верхней нити F_1 (вверх) и натяжение нижней нити F_2 (вниз: нижняя нить тянет верхнее тело к нижнему). Условие равновесия:

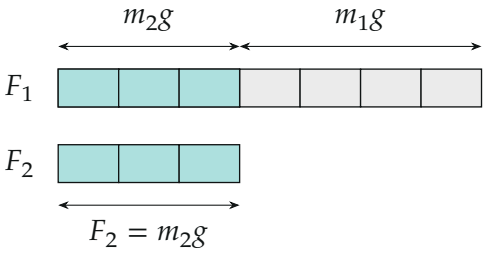
$$F_1 - m_1 g - F_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad F_1 = m_1 g + F_2 = (m_1 + m_2)\, g.$$



Силы на каждое тело по отдельности: слева верхнее (нижняя нить тянет его вниз), справа нижнее

3. Отношение масс. Разделим F_1 на F_2:

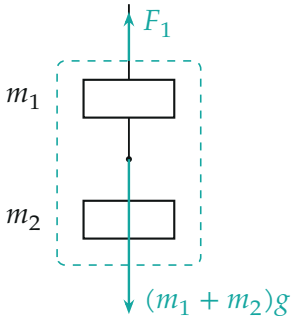
$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1 + m_2}{m_2} = \frac{m_1}{m_2} + 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{F_1}{F_2} - 1 = \frac{7}{3} - 1 = \frac{4}{3}.$$



Натяжения в «частях»: F_1 — 7 частей, из них 3 приходятся на нижнее тело (это F_2), остальные 4 — на верхнее

Обратите внимание. Нижняя нить действует на верхнее тело *вниз* — её легко забыть. Без неё вышло бы $F_1 = m_1 g$ и $m_1 : m_2 = 7 : 3$, что неверно.

Проверка. Второй способ: систему «два тела + нижняя нить» держит только верхняя нить, внешние силы F_1 и $(m_1 + m_2)g$, откуда сразу $F_1 = (m_1 + m_2)g$. Предел: если $m_1 \to 0$, натяжения равны, $F_1 : F_2 = 1$ — формула $\frac{m_1}{m_2} = \frac{F_1}{F_2} - 1$ даёт ноль. Отношение безразмерно.



Оба тела с нижней нитью как одна система: натяжение нижней нити — внутренняя сила и сокращается

Смысл: верхняя нить держит всё, что ниже неё, нижняя — только нижнее тело.

Ответ. $m_1 : m_2 = 4 : 3$.