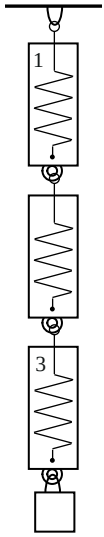
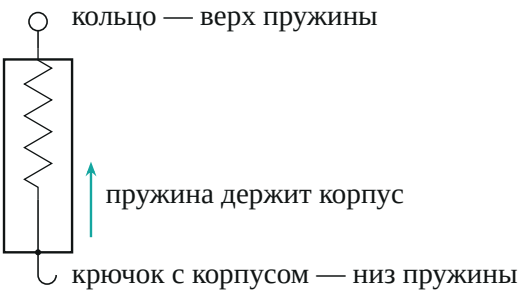
Три динамометра

Задача 1. [Росатом 2022/23, заключительный этап, 9 класс, задача 1] Три одинаковых динамометра соединены своими крючками и подвешены за один из них к потолку. К нижнему динамометру подвешен груз (см. рис.). Известно, что показания верхнего динамометра (отмечен на рисунке цифрой 1) — $F_1 = 16$ Н, нижнего (отмечен цифрой 3) — $F_3 = 6$ Н. Найти показания среднего динамометра (отмечен цифрой 2), массу динамометров и массу груза. Считать, что $g = 10$ м/с^2.



▲ **Решение.** **Что происходит.** Динамометр показывает силу, которой растянута его пружина. По рисунку пружина каждого динамометра соединена с его верхним кольцом, а корпус — с нижним крючком (так у организаторов), поэтому пружина держит и свой корпус, и всё, что висит ниже. Чем выше динамометр, тем больше на нём висит — показания убывают сверху вниз на вес одного динамометра. Класс задачи — равновесие системы тел: выбираем тело «всё, что ниже пружины», и сила пружины уравновешивает его вес.



Устройство динамометра (как на рисунке условия): корпус скреплён с нижним концом пружины, поэтому её растягивает и вес корпуса

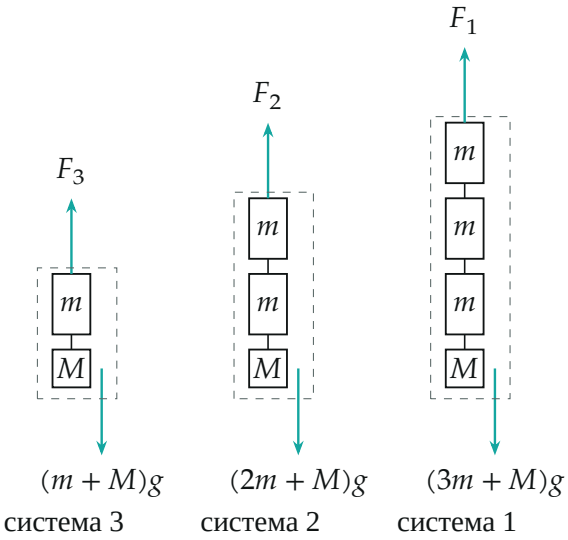
Обозначения. m — масса динамометра, M — масса груза, F_1, F_2, F_3 — показания верхнего, среднего и нижнего динамометров. Ось y — вверх.

1. Нижний динамометр. Систему 3 составляют корпус нижнего динамометра и груз. Она покоится, значит, по первому закону Ньютона сумма сил на неё равна нулю; в проекции на ось y: пружина тянет вверх с силой F_3, тяжесть $(m+M)g$ — вниз:

$$F_3 = (m+M)\,g.$$

2. Средний и верхний динамометры. Так же для систем 2 (два нижних корпуса и груз) и 1 (три корпуса и груз):

$$F_2 = (2m+M)\,g, \qquad F_1 = (3m+M)\,g.$$



Три системы тел (обведены пунктиром): пружина каждого динамометра держит его корпус и всё, что ниже

3. Масса динамометра. Вычтем из уравнения для F_1 уравнение для F_3 — масса груза сократится:

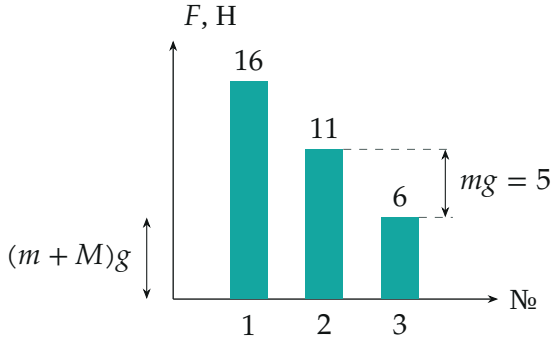
$$F_1 - F_3 = 2mg \quad \Rightarrow \quad m = \frac{F_1 - F_3}{2g} = \frac{16-6}{2\cdot 10}\ \text{кг} = 0{,}5\ \text{кг}.$$

4. Масса груза.

$$M = \frac{F_3}{g} - m = \frac{3F_3 - F_1}{2g} = \frac{18-16}{20}\ \text{кг} = 0{,}1\ \text{кг}.$$

5. Средний динамометр. Его показание — ровно посередине между соседями, потому что каждый следующий снизу держит на один корпус меньше:

$$F_2 = (2m+M)\,g = \frac{F_1 + F_3}{2} = \frac{16+6}{2}\ \text{Н} = 11\ \text{Н}.$$



Показания динамометров сверху вниз: каждое на $mg = 5$ Н меньше предыдущего

Обратите внимание. Если бы корпус висел на кольце, а пружина держала только то, что ниже крючка, показания были бы $(2m + M)g$, $(m + M)g$, Mg — ответ другой. Устройство динамометра здесь существенно; мы берём его как на рисунке и в решении организаторов. Масса динамометра получилась больше массы груза — поэтому показания так сильно различаются.

Проверка. $F_1 = (3 \cdot 0{,}5 + 0{,}1) \cdot 10 = 16$ Н, $F_3 = (0{,}5 + 0{,}1) \cdot 10 = 6$ Н — данные воспроизводятся. Размерность $(F_1 - F_3)/g$ — Н/(м/с^2) = кг.

Ответ. $F_2 = 11$ Н; масса динамометра $m = 0{,}5$ кг; масса груза $M = 0{,}1$ кг.