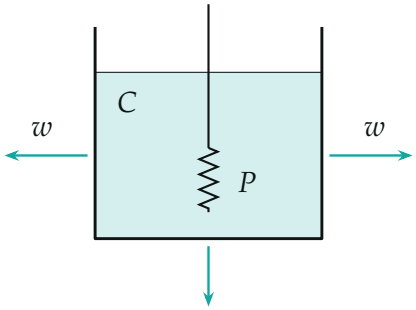
Нагреватель и теплопотери

Задача 4. [Росатом 2022/23, заключительный этап, 9 класс, задача 4] Если в сосуд с очень горячей водой поместить работающий нагреватель, то температура воды повышается на $\Delta T = 1°\text{C}$ за время t. Если мощность нагревателя увеличить вдвое, за то же время t вода нагревается на $2{,}1\,\Delta T$. На сколько нагреется вода в сосуде за время t, если мощность нагревателя увеличить втрое по сравнению с первоначальной.

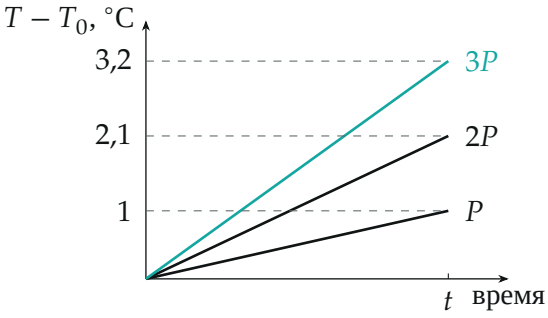


Поясняющий рисунок: нагреватель мощностью P греет горячую воду (теплоёмкость C), а вода всё время отдаёт тепло наружу с мощностью w

▲ **Решение. Что происходит.** Если бы тепло никуда не уходило, нагрев за одно и то же время был бы пропорционален мощности: вдвое большая мощность — вдвое больший нагрев, $2\,\Delta T$. В опыте получилось $2{,}1\,\Delta T$, то есть больше чем вдвое. Значит, часть тепла теряется, и эта потеря *одна и та же* в обоих опытах. Класс задачи — уравнение теплового баланса с теплопотерями.

Обозначения. P — начальная мощность нагревателя; w — мощность теплопотерь (сколько джоулей в секунду вода отдаёт наружу); C — теплоёмкость воды в сосуде; ΔT_3 — искомый нагрев при мощности $3P$.

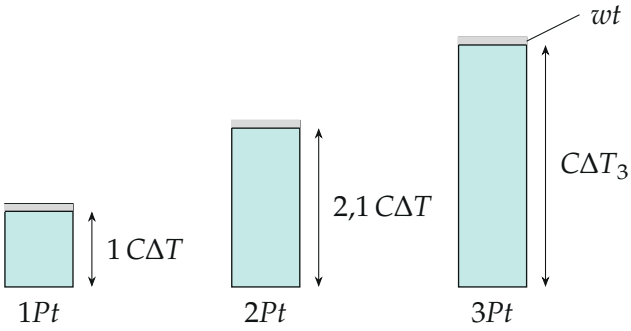
1. Почему потери постоянны. Тепло уходит из воды тем быстрее, чем больше разность температур воды и окружающего воздуха. Вода *очень горячая*: разность температур — десятки градусов, а за время t она меняется лишь на 1–3°. Поэтому мощность потерь w можно считать одинаковой во всех трёх опытах.



Температура воды в трёх опытах: за время t она растёт почти равномерно (потери постоянны), нагрев 1, 2,1 и 3,2°C

2. Уравнение теплового баланса. За время t нагреватель отдаёт воде энергию Pt, наружу уходит wt, остаток идёт на нагрев воды: $C\cdot(\text{нагрев})$. Для первого и второго опытов

$$C\,\Delta T = Pt - wt, \qquad 2{,}1\,C\,\Delta T = 2Pt - wt.$$



Энергия нагревателя за время t (столбик) делится на нагрев воды (бирюза) и одинаковую потерю wt (серая полоска сверху)

3. Решаем систему. Вычтем из второго уравнения первое: потери сокращаются,

$$1{,}1\,C\,\Delta T = Pt \quad \Rightarrow \quad \frac{Pt}{C} = 1{,}1\,\Delta T.$$

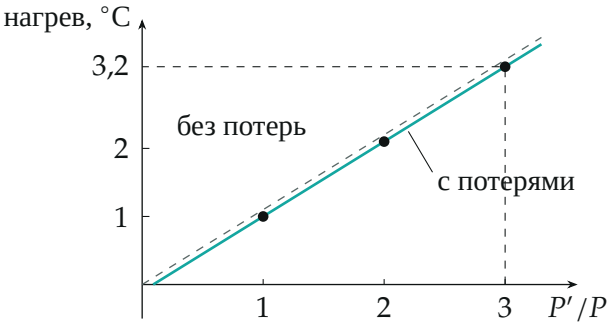
Подставим в первое уравнение:

$$\frac{wt}{C} = \frac{Pt}{C} - \Delta T = 0{,}1\,\Delta T.$$

Без потерь нагреватель мощностью P нагрел бы воду на 1,1°, а потери «съедают» 0,1°.

4. Утроенная мощность. Тот же баланс для мощности $3P$:

$$C\,\Delta T_3 = 3Pt - wt \quad \Rightarrow \quad \Delta T_3 = 3 \cdot 1{,}1\,\Delta T - 0{,}1\,\Delta T = 3{,}2\,\Delta T = 3{,}2^\circ\text{C}.$$



Нагрев за время t растёт с мощностью по прямой $1{,}1\,n - 0{,}1$ (бирюза), точки — три опыта; пунктир — нагрев без потерь $1{,}1\,n$

Обратите внимание. Нельзя считать нагрев пропорциональным мощности: тогда ответ был бы 3°, а данные второго опыта (2,1, а не 2) прямо говорят о потерях. Постоянство w держится на словах «очень горячая вода».

Проверка. Нагрев растёт с мощностью линейно с одинаковым шагом: $1 \to 2{,}1 \to 3{,}2$, шаг 1,1° на каждую добавленную мощность P — так и должно быть, потери от мощности не зависят. Второй способ: каждая лишняя мощность P добавляет $\dfrac{Pt}{C} = 1{,}1^\circ$, поэтому $\Delta T_3 = 2{,}1 + 1{,}1 = 3{,}2^\circ$. В общем виде $\Delta T_3 = 3\left(\Delta T + \dfrac{wt}{C}\right) - \dfrac{wt}{C} = 3\,\Delta T + \dfrac{2wt}{C}$: предел без потерь ($w = 0$) даёт $3\,\Delta T$, а с потерями нагрев на 0,2° больше: на

самом деле мощность P даёт $1{,}1^\circ$, при утроении это число утраивается, а потеря $0{,}1^\circ$ вычитается один раз.

Смысл: потери постоянны, поэтому каждая добавленная «порция» мощности целиком идёт в нагрев.

Ответ. $\Delta T_3 = 3{,}2\,\Delta T = 3{,}2^\circ\text{C}$.