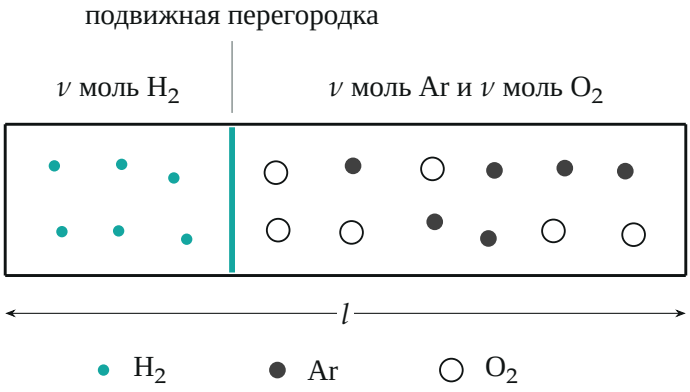
Перегородка проницаема для аргона

Задача 4. [Росатом 2023/24, отборочный этап, 10 класс, задача 4] Горизонтальный сосуд длиной l разделен на две части подвижной перегородкой. С одной стороны от перегородки содержится ν моль водорода, с другой — ν моль аргона и ν моль кислорода, а перегородка находится в равновесии. В некоторый момент времени перегородка становится проницаемой для аргона и остается непроницаемой для других газов. Найти перемещение перегородки. Температуры газов одинаковы и не меняются в течение процесса.



Поясняющий рисунок к условию: подвижная перегородка делит сосуд, слева водород, справа смесь аргона и кислорода (расстояния не в масштабе)

▲ **Решение.** **Что происходит.** Подвижная перегородка стоит там, где силы давления газов с двух сторон равны. Пока она не пропускает ничего, в правой части вдвое больше молей газа, чем в левой, значит, и объём её вдвое больше. Когда перегородка начинает пропускать аргон, он выравнивает свою концентрацию по всему сосуду и давит на перегородку с обеих сторон одинаково. Тогда перегородку уравновешивают только водород слева и кислород справа, а их поровну. Главная идея: при $T = \text{const}$ и равных давлениях объём газа пропорционален числу молей.

Обозначения. Ось x направим вдоль сосуда от стенки со стороны водорода к противоположной; x — положение перегородки, S — площадь поперечного сечения сосуда, T — общая температура, p_{H_2}, p_{O_2}, p_{Ar} — давления (парциальные) соответствующих газов, $p_0 = \nu RT/(lS)$ — вспомогательная единица давления.

1. Начальное равновесие. Перегородка подвижна (трения нет, горизонтально на неё действуют только силы давления), поэтому равновесие означает равенство давлений слева и справа:

$$p_{\text{лев}} = p_{\text{прав}}.$$

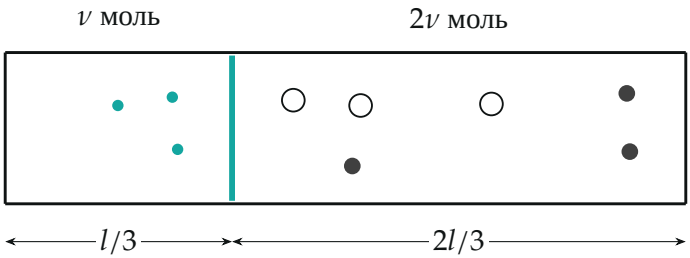
Запишем уравнение Менделеева — Клапейрона для газа слева (объём $x_0 S$) и для газовой смеси справа (объём $(l - x_0)S$, в нём 2ν моль газов; давление смеси идеальных газов определяется полным числом молей):

$$p_{\text{лев}} = \frac{\nu RT}{x_0 S}, \qquad p_{\text{прав}} = \frac{2\nu RT}{(l - x_0)S}.$$

Приравнивая давления, получаем $(l - x_0) = 2x_0$, то есть

$$x_0 = \frac{l}{3}.$$

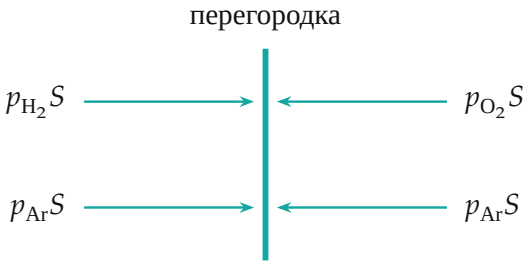
Слева остаётся треть сосуда, справа две трети, как и молей газа: $\nu : 2\nu$.



Начальное состояние в масштабе: объём каждой части пропорционален числу молей газа в ней, перегородка на расстоянии $l/3$ от левой стенки

2. Что изменилось после «открытия» для аргона. Аргон свободно проходит через перегородку, поэтому он перемешивается и занимает

весь сосуд объёмом lS с одинаковой концентрацией. Давление аргона на перегородку слева и справа одно и то же, $p_{\mathrm{Ar}} = \nu RT/(lS)$, где бы перегородка ни стояла. Кислород и водород через перегородку не проходят.



Силы давления на перегородку после «открытия»: слева водород и аргон, справа кислород и аргон; силы аргона $p_{Ar}S$ слева и справа равны по модулю и противоположны по направлению

Обратите внимание: аргон не уходит целиком в левую часть и не исчезает из правой, он равномерно расселяется по обеим частям. Но именно поэтому он не влияет на положение перегородки: его вклад в давление с двух сторон сокращается.

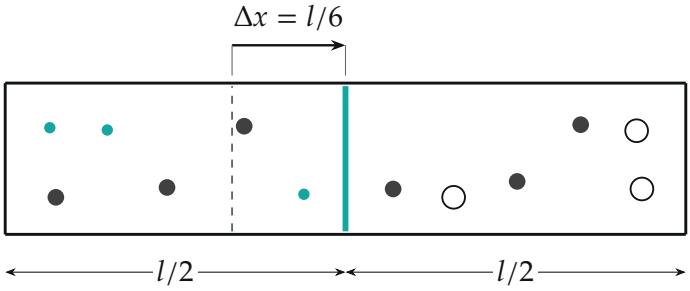
3. Новое равновесие. Запишем условие равновесия перегородки: сумма давлений слева равна сумме давлений справа,

$$p_{H_2} + p_{Ar} = p_{O_2} + p_{Ar} \quad \Rightarrow \quad p_{H_2} = p_{O_2}.$$

Водород остался слева (объём xS), кислород справа (объём $(l-x)S$), по ν моль каждого:

$$\frac{\nu RT}{xS} = \frac{\nu RT}{(l-x)S} \quad \Rightarrow \quad x = l - x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{l}{2}.$$

Перегородка встаёт посередине: у обоих газов поровну молей, и объёмы поэтому равны.

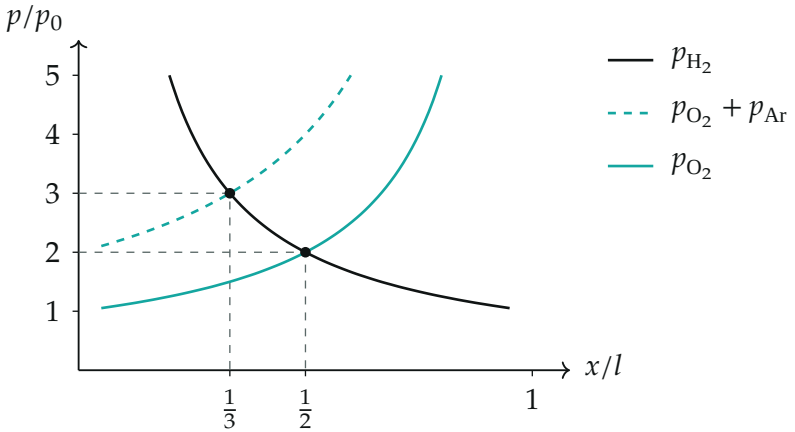


Конечное состояние: аргон распределён по сосуду, перегородка посередине; штриховая линия — прежнее положение перегородки

4. Перемещение. Перегородка сместилась от $l/3$ до $l/2$ вдоль оси x, то есть в сторону смеси аргона и кислорода (вправо на рисунке):

$$\Delta x = x - x_0 = \frac{l}{2} - \frac{l}{3} = \frac{l}{6}.$$

Как увидеть то же на графике. Измерим давление в единицах p_0, положение — в долях l (по горизонтали x/l). Слева давление водорода $p_{H_2} = p_0\, l/x$. Справа до открытия действует давление смеси $p_{O_2} + p_{Ar} = 2p_0\, l/(l-x)$, а после открытия аргон ушёл из баланса и остаётся только $p_{O_2} = p_0\, l/(l-x)$. Равновесие — точка пересечения кривых слева и справа. Пересечения лежат при $x = l/3$ и $x = l/2$.



Давление слева (чёрная кривая) и справа (бирюзовые) в зависимости от положения перегородки. Штриховая бирюзовая — до открытия (пересечение при $x = l/3$), сплошная бирюзовая — после (пересечение при $x = l/2$); $p_0 = \nu RT/(lS)$

Проверка. Размерность: Δx выражено через l, длина. Предельные случаи: допустим, аргона было $a\nu$ моль. Тогда $x_0 = l/(2 + a)$, конечное положение по-прежнему $l/2$ и

$$\Delta x = \frac{l}{2} - \frac{l}{2+a} = \frac{a}{2(2+a)}\, l.$$

При $a = 0$ (аргона нет) $\Delta x = 0$: перегородка и так стоит посередине, ничего не меняется. При $a = 1$ получаем $l/6$. При $a \to \infty$ перегородка с самого начала почти прижата к левой стенке, и перемещение стремится к $l/2$. Направление смещения тоже понятно: до открытия аргон справа «подпирал» перегородку и сжимал водород; когда аргон стал давить с обеих сторон поровну, подпирать перестал, и водород расширился — перегородка ушла вправо до выравнивания чисел молей H_2 и O_2.

Смысл. Подвижная перегородка проницаемая для одного газа перестаёт «чувствовать» этот газ и сравнивает между собой только остальные.

Ответ. $\Delta x = \dfrac{l}{6}$, перегородка смещается в сторону смеси аргона и кислорода и останавливается посередине сосуда.