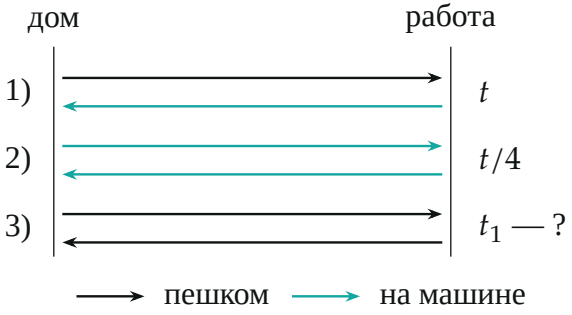
Пешком и на машине

Задача 4. [Росатом 2023/24, отборочный этап, 7 класс, задача 4] Когда молодой учёный Михаил Валерьевич Б. идёт на работу пешком, а возвращается домой на машине, он затрачивает на дорогу время t, а когда туда и обратно он едет на машине, на всю дорогу он затрачивает время $t/4$. Какое время затратит Михаил Валерьевич Б. на всю дорогу, если и туда, и обратно он пойдёт пешком?

▲ **Решение. Что происходит.** Дорога от дома до работы одна и та же, поэтому время на неё зависит только от способа передвижения. Есть два «кирпичика»: время одного пути пешком и время одного пути на машине. Три маршрута из задачи — разные наборы из двух таких кирпичиков, и главная идея — выразить кирпичики через данное время t.

Обозначения. S — расстояние от дома до работы; $\tau_п$ — время, за которое он проходит S пешком; $\tau_м$ — время, за которое он проезжает S на машине; t_1 — искомое время. Скорости, пока он идёт или едет, постоянны, поэтому $\tau_п = S/v_п$ и $\tau_м = S/v_м$ не зависят от направления.



Три маршрута: в каждой строке верхняя стрелка — путь на работу, нижняя — обратно

1. Два уравнения. В первом маршруте он идёт пешком на работу и едет на машине обратно, поэтому

$$\tau_п + \tau_м = t.$$

Во втором оба пути он едет на машине:

$$2\tau_м = \frac{t}{4}.$$

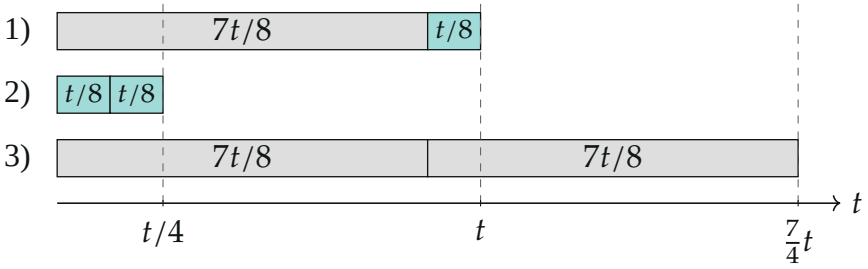
Неизвестных два, уравнений два, так что найдём оба времени.

2. Время на машине и пешком. Из второго уравнения

$$\tau_м = \frac{t}{8}.$$

Подставим в первое:

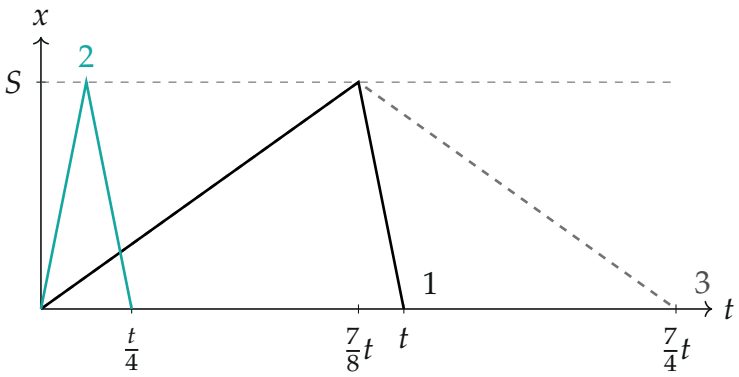
$$\tau_п = t - \tau_м = \frac{7t}{8}.$$



Времена маршрутов в одном масштабе (единица — $t/8$): пешком $\frac{7}{8}t$, на машине $\frac{t}{8}$

3. Третий маршрут. Он идёт пешком туда и обратно, то есть тратит $\tau_п$ дважды:

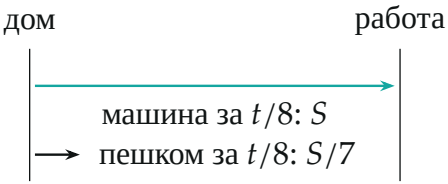
$$t_1 = 2\tau_п = \frac{7t}{4}.$$



Расстояние от дома от времени для трёх маршрутов: первые 7 единиц пешком — одна и та же линия в маршрутах 1 и 3, на машине путь занимает в семь раз меньше времени

4. Во сколько раз машина быстрее. За одно и то же время $t/8$ машина проезжает всё S, а пешеход проходит лишь $\frac{1}{7}S$, так как пешком тот же путь занимает $\frac{7}{8}t$, в семь раз дольше:

$$\frac{v_\text{м}}{v_\text{п}} = \frac{\tau_\text{п}}{\tau_\text{м}} = 7.$$



За время $t/8$ машина проезжает весь путь S, а идущий — седьмую часть

Обратите внимание: данные в условии — не скорости и не расстояние, а лишь два времени, и этого достаточно. Расстояние и скорости в ответ не входят: S сокращается.

Проверка. Подставим числа: пусть $t = 4$ ч, $S = 14$ км. Тогда $\tau_\text{м} = 0{,}5$ ч (скорость 28 км/ч), $\tau_\text{п} = 3{,}5$ ч (скорость 4 км/ч). Первый маршрут: $3{,}5 + 0{,}5 = 4$ ч $= t$, второй: $2 \cdot 0{,}5 = 1$ ч $= t/4$ — условия выполнены. Третий: $2 \cdot 3{,}5 = 7$ ч $= \frac{7}{4} \cdot 4$ ч. Размерность: $\frac{7}{4}t$ — время. Скорости

получились правдоподобными: 4 км/ч пешком и 28 км/ч на машине, отношение 7, как и в п. 4.

Смысл: пешком путь занимает почти всё время первого маршрута ($\frac{7}{8}t$), поэтому обратная дорога пешком почти удваивает его.

Ответ. $t_1 = \dfrac{7t}{4}$.