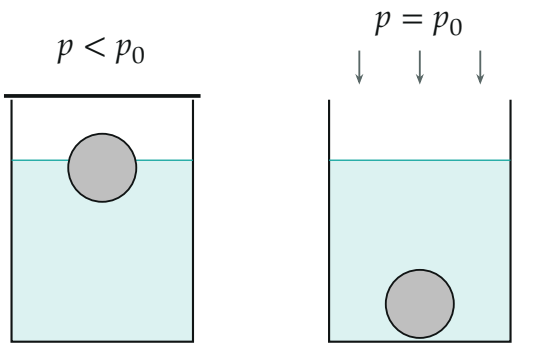
Помидоры в открытой банке

Задача 1. [Росатом 2023/24, отборочный этап, 7 класс, задача 1] Когда открывают банку с домашними консервированными помидорами, часто наблюдают следующий эффект. Если до открывания банки помидоры плавали, то сразу после открывания начинают тонуть. Объясните это явление.

▲ **Решение. Что происходит.** Плавает помидор или тонет, решает сравнение его средней плотности с плотностью рассола: пока плотность помидора меньше, он плавает. Масса помидора при открывании не меняется, значит, должна измениться его средняя плотность, то есть объём. Внутри помидора есть пустоты с воздухом, а объём газа зависит от давления: чем давление меньше, тем газ расширен сильнее. В закрытой банке давление ниже атмосферного, и помидор «раздут»; при открывании давление становится атмосферным, газ в порах сжимается, помидор становится плотнее и тонет. Главная идея — следить за объёмом газа в порах и законом Бойля — Мариотта.

Обозначения. m — масса помидора; V — его объём; $V_{\text{п}}$ — объём плотной части (мякоть и сок; практически не сжимается); $V_{\text{г}}$ — объём газа в порах; p_0 — атмосферное давление; p — давление в закрытой банке; $\rho_{\text{р}}$ — плотность рассола; $\rho_{\text{т}} = m/V$ — средняя плотность помидора.



Поясняющий рисунок: банка с рассолом до и после открывания; в закрытой банке давление p меньше атмосферного p_0

1. Условие плавания. Полностью погружённый в рассол помидор выталкивается силой Архимеда $F_A = \rho_р g V$, тяжесть равна mg. Помидор всплывает, если $\rho_р g V > mg$, и тонет, если $\rho_р g V < mg$. Разделим на gV: всплывает при $\rho_т < \rho_р$, тонет при $\rho_т > \rho_р$. Поэтому до открывания $\rho_т < \rho_р$, а после — $\rho_т > \rho_р$.

2. Давление в закрытой банке ниже атмосферного. Банки закрывают горячими. Воздух под крышкой остывает при неизменном объёме банки, и его давление падает пропорционально температуре (при закрытии $T_1 \approx 368$ К ≈ 95 °C, потом $T_2 \approx 293$ К $= 20$ °C):

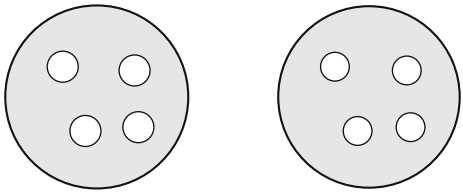
$$p = p_0 \frac{T_2}{T_1} \approx 0{,}8\, p_0.$$

Пар при остывании ещё и конденсируется, так что давление может оказаться и меньше.

3. Газ в порах. Стенки пор мягкие, поэтому давление газа в них равно давлению в банке. При неизменной температуре $pV_г = \text{const}$ (закон Бойля — Мариотта), откуда

$$V_г(p) = V_{г0} \frac{p_0}{p},$$

где $V_{г0}$ — объём газа при атмосферном давлении. В закрытой банке газ расширен: при $p = 0{,}8 p_0$ он занимает в 1,25 раза больший объём.



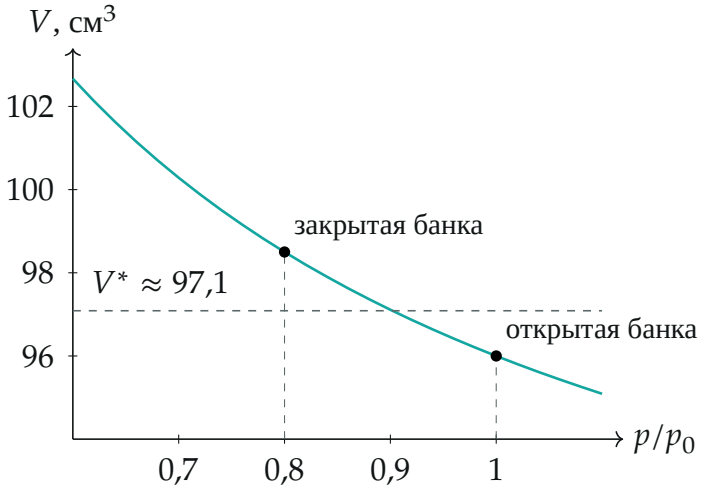
$p = 0{,}8\, p_0$ $p = p_0$

Помидор в разрезе (иллюстративные числа): газ в порах при $p = 0{,}8 p_0$ занимает в 1,25 раза больший объём, чем при p_0; радиусы пузырьков и самого помидора рассчитаны по этим числам

4. Плотность помидора. Объём помидора — плотная часть плюс газ, а масса не зависит от давления:

$$\rho_т(p) = \frac{m}{V_п + V_{г0}\,p_0/p}.$$

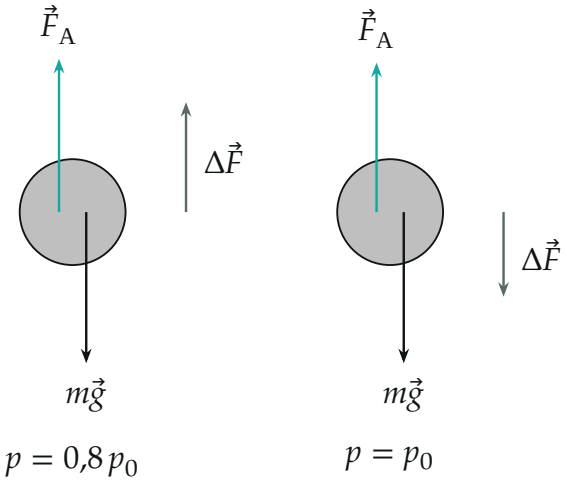
При падении давления знаменатель растёт, плотность уменьшается. Возьмём числа для наглядности: $m = 100$ г, $V_п = 86$ см^3, $V_{г0} = 10$ см^3, рассол $\rho_р = 1{,}03$ г/см^3. В банке ($p = 0{,}8p_0$) объём $V = 86 + 12{,}5 = 98{,}5$ см^3, $\rho_т \approx 1{,}015$ г/см^3 $< \rho_р$: помидор плавает. После открывания $V = 86 + 10 = 96$ см^3, $\rho_т \approx 1{,}042$ г/см^3 $> \rho_р$: тонет. Граница — объём $V^* = m/\rho_р \approx 97{,}1$ см^3: при $V > V^*$ плавает, при $V < V^*$ тонет.



Объём помидора в зависимости от давления снаружи (ось объёма начинается с 94 см^3): ниже V^* помидор тонет, выше плавает; сжатие всего на 2,5 % переводит помидор из одного состояния в другое

5. Те же выводы через силы. Разность силы Архимеда для полностью погружённого помидора и силы тяжести $\Delta F = g(\rho_р V - m)$: в банке $\Delta F \approx g \cdot 1{,}45$ г > 0, помидор всплывает; после открывания $\Delta F \approx -g \cdot 1{,}12$ г < 0, он тонет. Разности малы по сравнению с весом (1–1,5 %

от mg) — помидор почти «нейтрален», поэтому и небольшого изменения объёма хватает.



Силы на полностью погружённый помидор: $m\vec{g}$ и $\vec{F}_A$ почти равны, их разность $\Delta\vec{F}$ нарисована отдельно в масштабе, увеличенном в 50 раз

Обратите внимание: масса помидора не меняется, меняется объём. Заметить глазом сжатие на 2–3 % нельзя, но помидор находится на грани плавания, поэтому такого изменения достаточно. Числа выше иллюстративные: у разных помидоров пустот и плотностей разное количество.

Проверка. Предел: у плотного помидора без пустот ($V_{г0} = 0$) плотность не зависит от давления, и такой помидор не стал бы тонуть при открывании. Поэтому эффект и заметнее для помидоров с пустотами, как и сказано в условии.

Смысл: при открывании масса помидора не меняется, но снова действует атмосферное давление; оно сжимает газ в порах, объём помидора уменьшается, плотность растёт.

Ответ. В закрытой банке давление ниже атмосферного, газ в порах помидора расширен, объём помидора больше, а средняя плотность меньше плотности рассола, и он плавает. При открывании давление становится атмосферным, газ сжимается, объём уменьшается, плотность помидора становится больше плотности рассола, и он тонет.