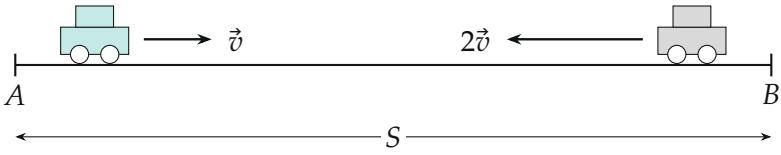
# Автомобили меняют скорости

**Задача 1.** [Росатом 2023/24, отборочный этап, 7 класс, задача 1] «Автомобили меняют скорости».

Из двух городов $A$ и $B$, находящихся на расстоянии $S$, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Первый движется со скоростью $v$, второй — $2v$. С момента, когда они встретились, первый поехал со скоростью $2v$, второй — со скоростью $v$ (в тех же направлениях). Через какое время автомобили приедут в пункты назначения?




*Поясняющий рисунок: автомобили выезжают одновременно из $A$ и $B$ навстречу друг другу; длины стрелок относятся как $v : 2v = 1 : 2$*

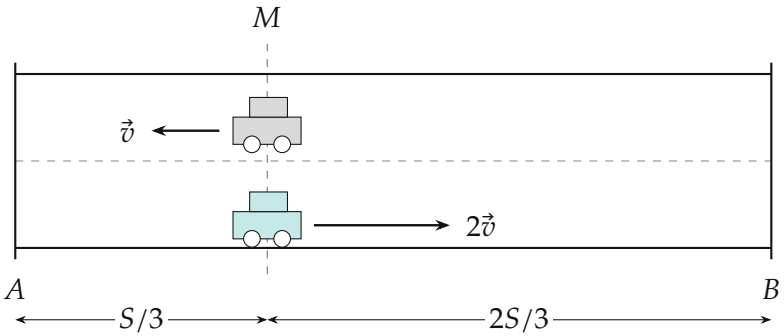
▲ **Решение. Что происходит.** Автомобили едут навстречу, встречаются, и после этого скорости у них меняются местами. Главная идея: каждый после встречи едет по участку, который до встречи проехал другой, и притом с той скоростью, с которой тот его проехал. Поэтому времена после встречи у двух автомобилей одинаковы и равны времени до встречи.

**Обозначения.** $M$ — место встречи, $t_1$ — время от выезда до встречи, $t_2$ — время от встречи до прибытия, $s_1$ и $s_2$ — пути первого и второго автомобиля до встречи. Время отсчитываем от момента выезда. Движение на каждом участке равномерное, поэтому путь равен скорости, умноженной на время.

**1. До встречи.** В момент встречи автомобили вместе проехали всё расстояние между городами, потому что ехали навстречу друг другу и выехали одновременно:

$$vt_1 + 2vt_1 = S \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{S}{3v}.$$

Пути до встречи: $s_1 = vt_1 = S/3$ и $s_2 = 2vt_1 = 2S/3$.




*Момент встречи: до B осталось $2S/3$, до A — $S/3$; скорости поменялись*

**2. После встречи.** Первому автомобилю осталось доехать до $B$: это путь $S - s_1 = 2S/3 = s_2$, то есть ровно тот участок, который до встречи проехал второй автомобиль. Скорость первого теперь $2v$, как была у второго. Второму осталось доехать до $A$: путь $S - s_2 = S/3 = s_1$, скорость $v$, как была у первого. Времена в пути после встречи:

$$t_2^{(1)} = \frac{2S/3}{2v} = \frac{S}{3v}, \qquad t_2^{(2)} = \frac{S/3}{v} = \frac{S}{3v}.$$

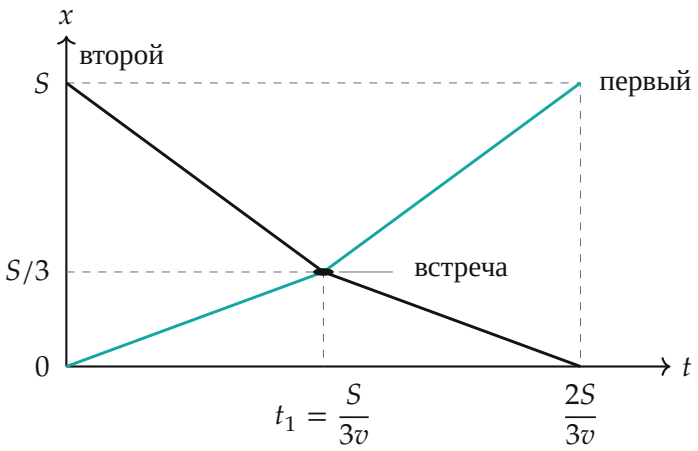
Они равны между собой и равны $t_1$: оба приедут в пункты назначения одновременно.

**3. Полное время.** От выезда из городов до прибытия

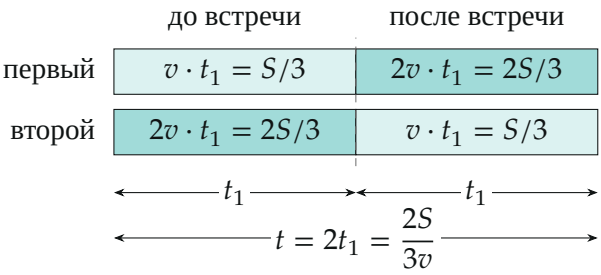
$$t = t_1 + t_2 = \frac{S}{3v} + \frac{S}{3v} = \frac{2S}{3v}.$$

Обратите внимание: вопрос про время от выезда или от встречи? В условии не сказано, от чего считать, поэтому укажем оба: от выезда — $2S/(3v)$, а от момента встречи — $S/(3v)$.

**Проверка и второй способ.** Размерность: $S/v$ — метры, делённые на метры в секунду, то есть секунды. Второй способ: каждый автомобиль ехал время $t_1$ со скоростью $v$ и время $t_1$ со скоростью $2v$ (только в разном порядке), поэтому путь каждого $vt_1 + 2vt_1 = 3vt_1 = S$, а полное время $2t_1 = 2S/(3v)$ — тот же результат. На графике это видно: линии симметричны относительно точки встречи, и оба кончаются в один момент.




*Графики координаты $x$ (от города $A$) от времени: до встречи наклоны $v$ и $2v$, после встречи наклоны меняются местами; оба графика заканчиваются в один момент $t = 2S/(3v)$*




*Оба автомобиля едут по времени $t_1$ со скоростью $v$ и по времени $t_1$ со скоростью $2v$, поэтому приезжают одновременно*

Физический смысл: то, что до встречи сделал один автомобиль, после встречи повторяет другой, и поэтому они финишируют вместе.

**Ответ.** Оба автомобиля приедут одновременно: через $t = 2S/(3v)$ после выезда из городов (через $S/(3v)$ после встречи).