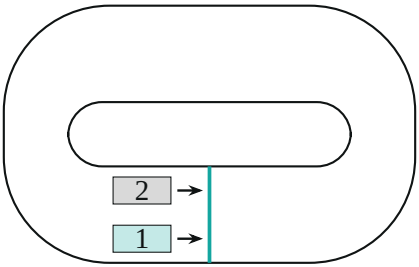
Гонки: 50 кругов

Задача 3. [Росатом 2023/24, отборочный этап, 7 класс, задача 3] «Гонки: 50 кругов».

Во время автомобильных гонок победитель, пройдя 50 кругов кольцевой трассы, обогнал второго призёра на 2 круга. Известно, что средняя скорость победителя за время прохождения им трассы составила $v = 100$ км/ч. Какова средняя скорость второго призёра за это время?



Поясняющий рисунок: 1 — будущий победитель, 2 — второй призёр; автомобили стартуют вместе и едут по кольцу в одну сторону

▲ **Решение. Что происходит.** Победитель закончил гонку, а второй призёр к этому моменту отстал на 2 круга: проехал 48 кругов. Время у обоих одно и то же — время победителя. Скорость — это путь за время, поэтому при одинаковом времени средние скорости относятся как пройденные пути. Главная идея: ни длина круга, ни время гонки не нужны, они сократятся.

Обозначения. S — длина одного круга, t — время, за которое победитель прошёл свои 50 кругов, $v = 100$ км/ч — его средняя скорость, v_2 — средняя скорость второго призёра за это же время. Средняя скорость — весь пройденный путь, делённый на всё время.

1. Победитель. Он прошёл 50 кругов за время t:

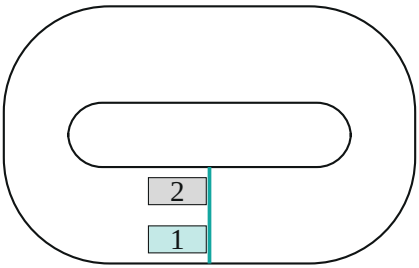
$$v = \frac{50S}{t}.$$

2. Второй призёр. В момент, когда победитель закончил 50-й круг, второй отстаёт на 2 круга, то есть успел проехать 48 кругов. Значит, за

то же время t его путь $48S$ и

$$v_2 = \frac{48S}{t}.$$

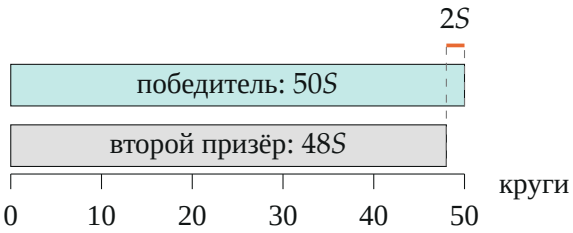
Обратите внимание: сравниваем скорости за одно и то же время — время победителя. Второй призёр в этот момент ещё не закончил гонку, и его время отсчитывается до финиша победителя.



Момент финиша победителя (1): автомобили стоят у линии в одном месте трассы, но победитель проехал 50 кругов, а второй призёр (2) — 48

3. Подстановка. Из первого равенства $S/t = v/50$. Подставим во второе:

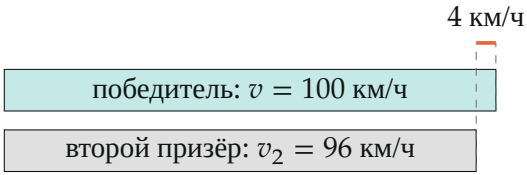
$$v_2 = 48 \cdot \frac{S}{t} = \frac{48}{50} v = 0{,}96 \cdot 100 \ \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 96 \ \frac{\text{км}}{\text{ч}}.$$



Пути на одной шкале (в кругах): победитель — 50, второй призёр — 48; разница — 2 круга (S — длина круга)

Проверка и второй способ. Размерность: отношение путей безразмерно, скорость осталась в км/ч. Предел: при отставании на 0 кругов

получилось бы $v_2 = v$, а при отставании на все 50 кругов $v_2 = 0$; в общем виде $v_2 = v\,(50 - n)/50$, где n — число кругов отставания. Второй способ — с числами: возьмём любую длину круга, например $S = 5$ км. Победитель проехал 250 км за время $t = 250/100 = 2{,}5$ ч, второй — 240 км за те же 2,5 ч, то есть $240/2{,}5 = 96$ км/ч. Ответ от S не зависит.



Средние скорости на одной шкале: отставание в 2 круга из 50 — это 4 % от скорости победителя, то есть 4 км/ч

Физический смысл: отставание в два круга из пятидесяти — это ровно 4 % пути, и во столько же раз средняя скорость второго призёра меньше.

Ответ. $v_2 = \dfrac{48}{50}\,v = 96$ км/ч.