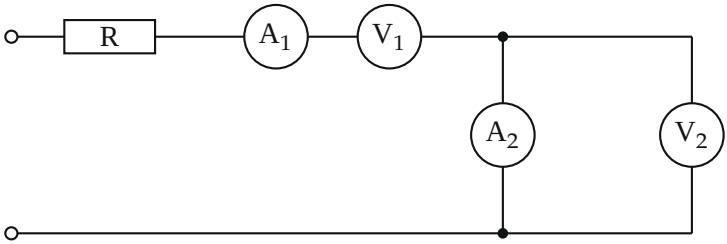
Амперметры и вольтметры

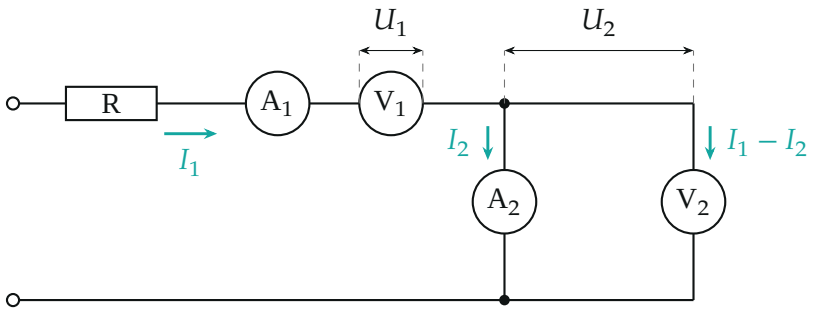
Задача 3. [Росатом 2023/24, отборочный этап, 9 класс, задача 3] Электрическая цепь состоит из двух одинаковых амперметров, двух одинаковых вольтметров, источника напряжения и резистора. Известны показания амперметров A_1 и A_2 — $I_1 = 1$ А и $I_2 = 5I_1/6$ соответственно, и показания вольтметра V_1 — $U_1 = 100$ В. Найти сопротивления вольтметров и амперметров, а также показания вольтметра V_2.



▲ **Решение.** **Что происходит.** Приборы здесь — не идеальные: у каждого есть своё сопротивление. Амперметр показывает ток, который течёт через него самого, вольтметр — напряжение на нём самом. Поэтому каждый прибор можно считать резистором: его показание и есть ток или напряжение для этого резистора, а закон Ома связывает их с сопротивлением. Цепь составлена так, что весь ток I_1 идёт через пару A_1, V_1, а потом делится между параллельными A_2 и V_2.

Обозначения. r_V — сопротивление вольтметра, r_A — амперметра (приборы одинаковые, значит у V_1 и V_2 одно и то же r_V, у A_1 и A_2 — одно r_A). I_V — ток через вольтметр V_2, U_2 — его показание. Резистор R и источник нужны только для того, чтобы создать ток I_1; их величины неизвестны, и искать их не требуется.

1. Как соединены приборы. A_1 и V_1 стоят в одной ветке подряд и включены последовательно: ток через них один и тот же, I_1. Приборы A_2 и V_2 присоединены к одной и той же паре узлов, то есть соединены параллельно друг другу, и вместе — последовательно с A_1 и V_1.



Токи и напряжения: через A_1 и V_1 течёт I_1, у узла он делится на I_2 (через A_2) и $I_1 - I_2$ (через V_2); U_1 — напряжение на V_1, U_2 — общее напряжение на параллельной паре A_2, V_2.

2. Сопротивление вольтметра. Через V_1 идёт тот же ток I_1, что показывает A_1 (приборы последовательны); напряжение на нём — U_1. Закон Ома для участка цепи (вольтметр — резистор):

$$r_V = \frac{U_1}{I_1} = \frac{100\text{ В}}{1\text{ А}} = 100\text{ Ом}.$$

3. Ток через V_2. В узле ток I_1 делится на две части (сумма токов, входящих в узел, равна сумме выходящих):

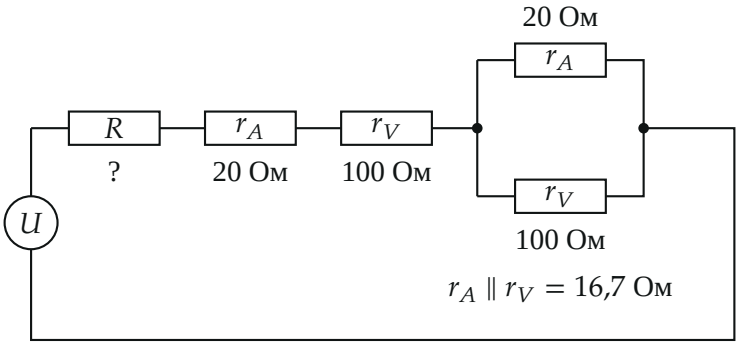
$$I_1 = I_2 + I_V \quad \Rightarrow \quad I_V = I_1 - I_2 = I_1 - \frac{5}{6} I_1 = \frac{I_1}{6} = \frac{1}{6}\text{ А}.$$

4. Показание вольтметра V_2. Закон Ома для V_2 с тем же r_V:

$$U_2 = I_V r_V = \frac{I_1}{6} \cdot \frac{U_1}{I_1} = \frac{U_1}{6} = \frac{100}{6}\text{ В} \approx 16{,}7\text{ В}.$$

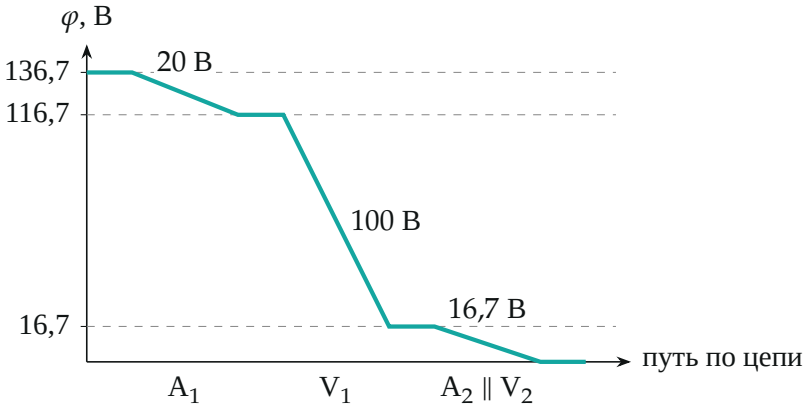
5. Сопротивление амперметра. A_2 и V_2 присоединены к одним и тем же узлам, поэтому напряжение на A_2 равно показанию V_2, то есть U_2 (параллельные участки). Закон Ома для A_2 (по нему идёт ток $I_2 = \frac{5}{6}$ А):

$$r_A = \frac{U_2}{I_2} = \frac{U_1/6}{5I_1/6} = \frac{U_1}{5I_1} = \frac{100\text{ В}}{5\text{ А}} = 20\text{ Ом}.$$



Эквивалентная схема: каждый прибор заменён резистором со своим сопротивлением. Параллельная пара $r_A \parallel r_V$ даёт $20 \cdot 100/120 \approx 16{,}7$ Ом; R и источник U нужны только для создания тока I_1 и не определяются.

6. Второй способ (проверка делителем тока). В параллельных ветвях токи обратно пропорциональны сопротивлениям: $I_2/I_V = r_V/r_A$. Подставим: $\dfrac{5/6}{1/6} = 5$ и $\dfrac{100}{20} = 5$ — верно. Ещё проверка: сопротивление параллельной пары $20 \cdot 100/120 \approx 16{,}7$ Ом, при токе $I_1 = 1$ А напряжение на ней 16,7 В — как показывает V_2.



Потенциал вдоль цепи за резистором R (от нижнего провода): падения 20, 100 и 16,7 В на A_1, V_1 и параллельной паре; провода идеальны.

Обратите внимание. Нельзя считать, что показание V_2 тоже равно 100 В или что через V_2 идёт тот же ток, что через A_2: токи V_2 и A_2

разные ($\frac{1}{6}$ и $\frac{5}{6}$ А), а напряжения на них одинаковы — они параллельны. И сопротивление амперметра не нуль: именно оно делит ток I_1 между ветвями.

Проверка. Размерности: U/I — Ом, $U_1/6$ — вольты. Предельный случай: если бы амперметр был идеальным ($r_A \to 0$), весь ток шёл бы через A_2, $I_2 = I_1$, $I_V = 0$ и $U_2 = 0$; у нас $I_2 < I_1$ потому, что $r_A = 20$ Ом конечно. Делитель токов и сопротивление параллельной пары дали те же числа.

Смысл такой: вольтметр — очень большое сопротивление, амперметр — малое, поэтому ток идёт в основном через амперметр (5/6), а напряжение на этой паре мало; а раз приборы одинаковые, всё находится по их показаниям.

Ответ. $r_V = 100$ Ом; $r_A = 20$ Ом; показание V_2: $U_2 = U_1/6 \approx 16{,}7$ В.