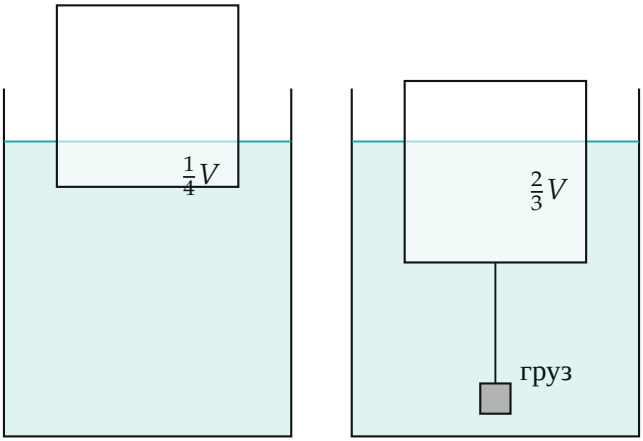
Поплавок с леской и грузом

Задача 1. [Росатом 2024/25, отборочный этап, 11 класс, задача 1] «Поплавок с леской и грузом».

К поплавку массой $m = 20$ г, плавающему в воде, привязана леска с грузом. При этом поплавок погружён в воду на две трети своего объёма. Найти в этом положении силу натяжения лески, если свободно плавающий в воде поплавок погружён в неё на одну четвёртую часть своего объёма. $g = 10$ м/с^2.



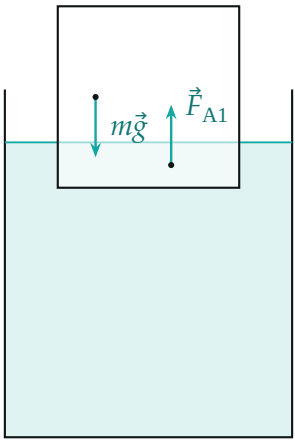
Поясняющий рисунок: поплавок без груза (погружён на $\frac{1}{4}$ объёма) и с леской и грузом (на $\frac{2}{3}$ объёма)

▲ **Решение.** **Что происходит.** Это задача на плавание: поплавок покоится, значит, сумма сил на него равна нулю. Выталкивающая сила пропорциональна погружённому объёму. Когда к поплавку привязан груз, леска тянет его вниз, и поплавку приходится погрузиться глубже: растёт сила Архимеда и уравновешивает вес вместе с натяжением. Неизвестны плотность воды и объём поплавка, но они входят в обе записи одним и тем же произведением $\rho g V$ — его мы найдём из первого случая и подставим во второй.

Обозначения. V — объём поплавка, ρ — плотность воды, F_{A} — выталкивающая сила, T — натяжение лески; индексы 1 и 2 — свободный поплавок и поплавок с грузом. Ось y направим вертикально вверх.

1. Свободный поплавок. Запишем второй закон Ньютона для поплавка в равновесии, в проекции на ось y: сила Архимеда вверх, сила тяжести вниз. Сила Архимеда равна весу вытесненной воды, объём которой — погружённая четверть:

$$F_{\text{A1}} - mg = 0, \qquad F_{\text{A1}} = \rho g \cdot \frac{1}{4} V \quad \Longrightarrow \quad \rho g V = 4\, mg.$$

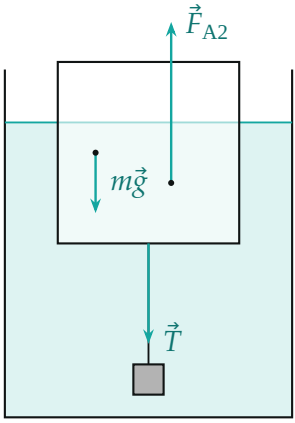


Свободный поплавок: $\vec{F}_{A1}$ и $m\vec{g}$ равны по модулю

2. Поплавок с леской и грузом. Теперь на поплавок действуют три силы: сила Архимеда вверх (погружено $\frac{2}{3}$ объёма), сила тяжести вниз и натяжение лески вниз — леска привязана снизу и тянет вниз. Второй закон Ньютона в проекции на ось y:

$$F_{\text{A2}} - mg - T = 0, \qquad F_{\text{A2}} = \rho g \cdot \frac{2}{3} V.$$

Подставим $\rho g V = 4mg$ из первого пункта: $F_{\text{A2}} = \frac{2}{3} \cdot 4mg = \frac{8}{3}\, mg$.

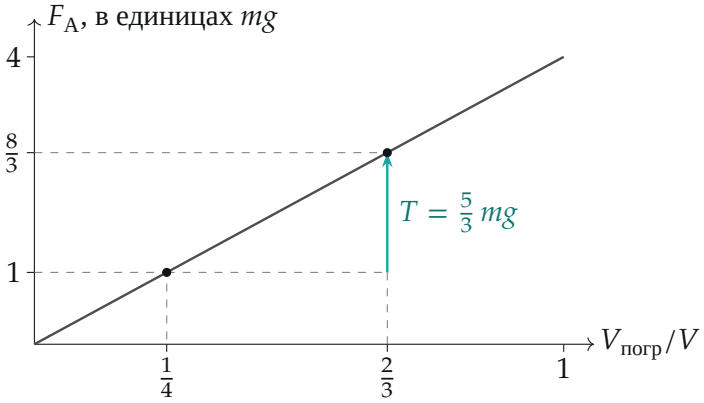


Поплавок с грузом: стрелки нарисованы пропорционально модулям (mg, $\frac{8}{3}mg$, $\frac{5}{3}mg$)

3. Натяжение лески. Из уравнения второго пункта:

$$T = F_{A2} - mg = \frac{8}{3}mg - mg = \frac{5}{3}mg = \frac{5}{3}\cdot 0{,}02\ \text{кг}\cdot 10\ \text{м/с}^2 \approx 0{,}33\ \text{Н}.$$

Знак словами: $T > 0$ — леска действительно натянута и тянет поплавок вниз, как мы и предположили.



Выталкивающая сила F_A линейно растёт с долей погружённого объёма; T — её избыток над mg при погружении на $\frac{2}{3}$

Обратите внимание. Нам не нужны ни масса груза, ни объём поплавка, ни плотность воды — они сокращаются при подстановке $\rho g V = 4mg$. И T — это не вес груза: груз тоже в воде, и часть его веса уравновешена силой Архимеда, действующей на него; поплавок «чувствует» только натяжение лески.

Проверка. Второй способ — через «лишний» погружённый объём. При погружении на $\frac{1}{4}V$ поплавок уравновешен без лески; всё, что сверх этого, уравновешивает леску: дополнительная выталкивающая сила от лишних $\frac{2}{3}V - \frac{1}{4}V = \frac{5}{12}V$ равна T:

$$T = \rho g \cdot \frac{5}{12}V = \frac{5}{12} \cdot 4mg = \frac{5}{3}mg.$$

То же. Предел: если груза нет, погружение остаётся $\frac{1}{4}V$ и $T = 0$; растёт погружение — растёт T (см. график). Размерность: mg — сила в ньютонах.

Смысл: поплавок плавает при погружении на четверть объёма; сила Архимеда при полном погружении была бы $4mg$, а при погружении на две трети — $\frac{8}{3}mg$; избыток над mg и есть натяжение.

Ответ. $T = \frac{5}{3}mg \approx 0{,}33$ Н.