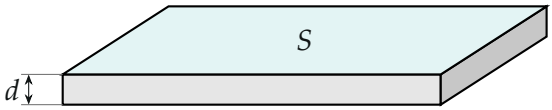
# Поверхностная плотность бумаги

**Задача 1.** [Росатом 2024/25, отборочный этап, 8 класс, задача 1] «Поверхностная плотность бумаги».

На пачках бумаги для офисной техники написана так называемая поверхностная плотность бумаги $\sigma = 80$ г/м$^2$, представляющая собой массу 1 квадратного метра бумаги заданной толщины. Найти толщину этой бумаги, если обычная (в этом контексте объёмная) плотность офисной бумаги составляет $\rho = 800$ кг/м$^3$.



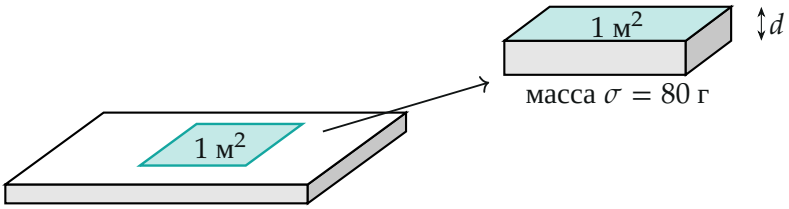

*Поясняющий рисунок (в оригинале условия рисунка нет): лист бумаги — тонкая плита с площадью $S$ и толщиной $d$ (толщина для наглядности сильно увеличена)*

▲ **Решение. Что происходит.** Лист бумаги — плоская плита, и его массу можно записать двумя способами: через поверхностную плотность (масса на единицу площади) и через объёмную (масса на единицу объёма). Главная идея: масса листа одна и та же, площадь $S$ входит в обе записи множителем и сократится, поэтому толщина найдётся из одних $\sigma$ и $\rho$.

**Обозначения.** $S$ — площадь листа, $d$ — его толщина, $m$ — масса листа, $V$ — объём листа. Краями листа пренебрегаем: лист — прямоугольная плита, основание $S$, высота $d$.

**1. Масса через поверхностную плотность.** По определению $\sigma$ — масса одного квадратного метра: вырежем из листа квадрат 1 м$^2$, его масса равна $\sigma = 80$ г. Для листа площади $S$ масса в $S/(1\ \text{м}^2)$ раз больше:

$$m = \sigma S.$$




*Вырезанный квадрат 1 м² — такая же плита толщиной $d$ и массой $\sigma$; его объём $V = 1\ м^2 \cdot d$*

**2. Масса через объёмную плотность.** Объёмная плотность — масса единицы объёма, $\rho = m/V$. Объём плиты — площадь основания на высоту: $V = Sd$. Тогда

$$m = \rho V = \rho S d.$$

**3. Приравниваем.** Масса листа — одна и та же, поэтому

$$\sigma S = \rho S d.$$

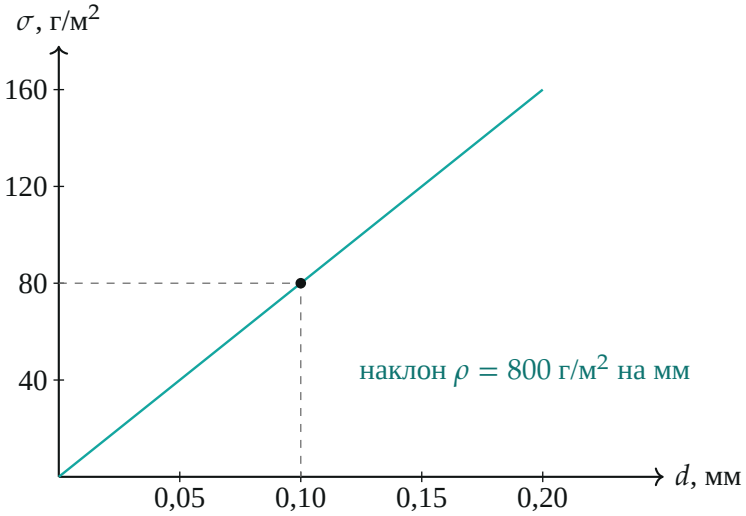
Неизвестной осталась толщина $d$; делим обе части на $S$:

$$d = \frac{\sigma}{\rho}.$$

Обратите внимание: площадь $S$ сократилась — толщина не зависит от размера листа. Единицы переводим до подстановки: $\sigma = 80$ г/м$^2$ $=$ 0,08 кг/м$^2$.

**4. Число.**

$$d = \frac{0{,}08\ \text{кг/м}^2}{800\ \text{кг/м}^3} = 10^{-4}\ \text{м} = 0{,}1\ \text{мм}.$$

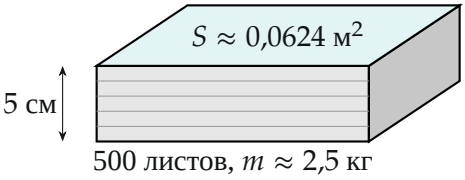



*Для данной бумаги $\sigma = \rho d$ — прямая через начало координат. Для нашей бумаги точка $d = 0{,}1$ мм, $\sigma = 80$ г/м$^2$ лежит на этой прямой*

**Проверка.** Размерность: кг/м$^2$ : кг/м$^3$ = м. Второй способ — пачка. Пачка из 500 листов А4 ($S = 0{,}210 \cdot 0{,}297 \approx 0{,}0624$ м$^2$): масса листа $\sigma S \approx 5$ г, масса пачки $\approx 2{,}5$ кг; толщина $500 \cdot 0{,}1$ мм $= 5$ см. Плотность пачки

$$\frac{2{,}5 \text{ кг}}{0{,}0624 \text{ м}^2 \cdot 0{,}05 \text{ м}} \approx 800 \text{ кг/м}^3$$

— как в условии, и пачка такой толщины знакома по магазину.




*Пачка 500 листов А4: $d_{пачки} = 500\,d = 5$ см, масса $500\,\sigma S \approx 2{,}5$ кг*

Физический смысл: лист в десятую долю миллиметра — это и есть «80 граммов на квадратный метр» при плотности бумаги 0,8 г/см$^3$.

**Ответ.** $d = \dfrac{\sigma}{\rho} = 0{,}1$ мм.