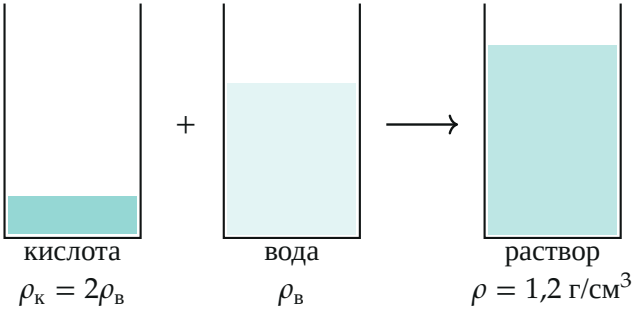
Раствор кислоты

Задача 2. [Росатом 2024/25, отборочный этап, 8 класс, задача 2] «Раствор кислоты».

В концентрированную кислоту добавили воду и получили раствор кислоты в воде с плотностью $\rho = 1{,}2$ г/см^3. Найти массовую концентрацию кислоты в растворе, если плотность концентрированной кислоты вдвое больше плотности воды. Плотность воды $\rho_в = 1$ г/см^3. Считать, что объём раствора равен сумме объёмов воды и кислоты.



Поясняющий рисунок (в оригинале условия рисунка нет): кислота и вода сливаются в один раствор, объёмы складываются. Уровни нарисованы для найденного ответа: кислоты по объёму в четыре раза меньше, чем воды

▲ **Решение. Что происходит.** Мы сливаем два вещества, и по условию объёмы складываются. Плотность раствора — это полная масса, делённая на полный объём. Кислота плотнее воды, поэтому раствор плотнее воды, но не вдвое: ρ лежит между $\rho_в$ и $2\rho_в$, и чем больше в растворе кислоты, тем ближе плотность к $2\rho_в$. Главная идея: возьмём массу раствора за единицу — тогда масса кислоты в ней и есть искомая концентрация C, а все объёмы выражаются через C.

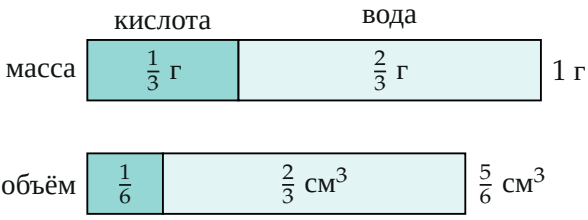
Обозначения. C — массовая концентрация, то есть доля массы кислоты в массе раствора, $\rho_к = 2\rho_в$ — плотность кислоты. Рассмотрим порцию раствора массой 1 г: в ней C г кислоты и $(1 - C)$ г воды.

1. Объёмы компонентов. Плотность — масса единицы объёма, значит объём равен массе, делённой на плотность:

$$V_к = \frac{C}{\rho_к} = \frac{C}{2\rho_в}, \qquad V_в = \frac{1 - C}{\rho_в}.$$

2. Объём раствора. По условию объём раствора равен сумме объёмов воды и кислоты:

$$V = V_к + V_в = \frac{1}{\rho_в}\left(\frac{C}{2} + 1 - C\right) = \frac{1}{\rho_в}\left(1 - \frac{C}{2}\right).$$



Порция раствора массой 1 г при $C = \frac{1}{3}$: кислота занимает вдвое меньший объём, чем вода той же массы

3. Плотность раствора. Масса порции равна 1 г, объём — V, значит

$$\rho = \frac{1}{V} = \frac{\rho_в}{1 - C/2}.$$

Неизвестной осталась C: из этого равенства $1 - \frac{C}{2} = \frac{\rho_в}{\rho}$, откуда

$$C = 2\left(1 - \frac{\rho_в}{\rho}\right) = \frac{2(\rho - \rho_в)}{\rho}.$$

4. Число.

$$C = \frac{2\,(1{,}2 - 1)}{1{,}2} = \frac{1}{3} \approx 0{,}33 = 33\,\%.$$

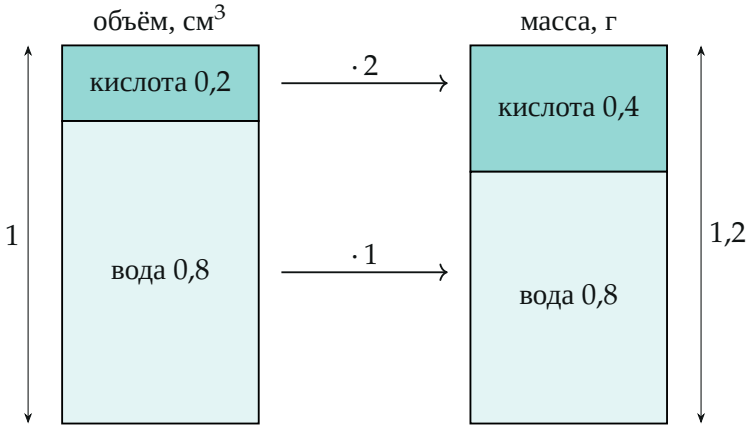
Обратите внимание: плотность смеси нельзя усреднять с весами-массами: равенство $\rho = C\rho_к + (1 - C)\rho_в$ верно, только если C и $1 - C$ — доли объёма, а не массы. По такой неверной формуле получилось бы $1{,}2 = 2C + (1 - C)$, то есть $C = 0{,}2$ — ошибка.

Проверка вторым способом. Возьмём 1 см^3 раствора и пусть кислота занимает φ см^3, вода — $(1 - \varphi)$ см^3. Масса раствора 1,2 г складыва-

ется из масс компонентов:

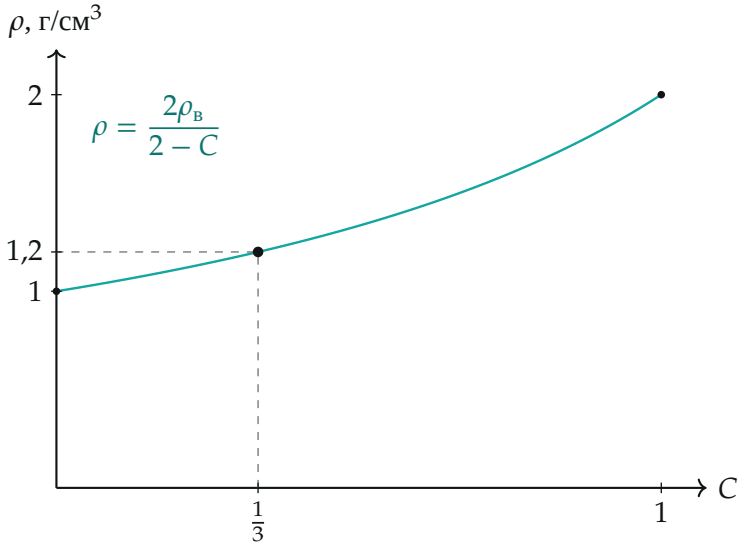
$$2\varphi + (1 - \varphi) = 1{,}2 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 0{,}2.$$

Кислоты 0,2 см^3 имеют массу 0,4 г, воды 0,8 см^3 — 0,8 г. Концентрация $0{,}4/1{,}2 = \frac{1}{3}$ — та же.



Один кубический сантиметр раствора: слева объёмы компонентов, справа их массы (умножаем на плотность: 2 и 1 г/см^3). Высоты колонок масштабированы по своим осям

Предельные случаи: при $\rho \to \rho_в$ получаем $C \to 0$ (чистая вода), при $\rho \to 2\rho_в$ — $C \to 1$ (чистая кислота), как и должно быть.



Плотность раствора как функция концентрации: от $\rho_в$ (чистая вода) до $2\rho_в$ (чистая кислота); точка — наш раствор

Физический смысл: по массе кислоты в растворе треть, а по объёму — лишь пятая часть, потому что кислота плотная и «занимает мало места».

Ответ. $C = \dfrac{2(\rho - \rho_в)}{\rho} = \dfrac{1}{3} \approx 0{,}33 = 33\,\%$.