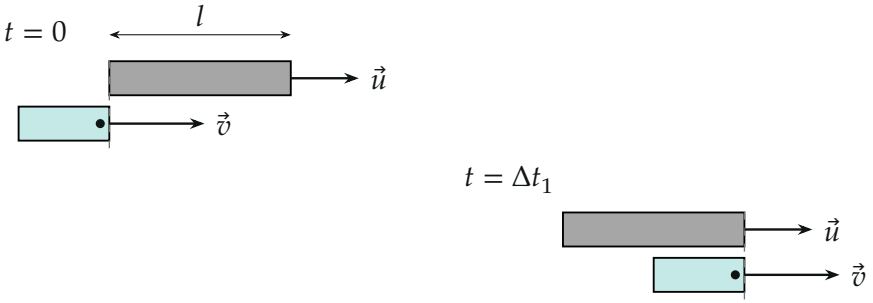
Электричка обгоняет товарный поезд

Задача 3. [Росатом 2024/25, отборочный этап, 8 класс, задача 3] «Электричка обгоняет товарный поезд».

По железнодорожным путям едет длинный товарный поезд. В некоторый момент времени его начала обгонять электричка, движущаяся в том же направлении по параллельным путям со скоростью $v = 70$ км/ч. Машинист электрички заметил, что он ехал рядом с товарным поездом в течение времени $\Delta t_1 = 60$ с. Электричка доехала до пункта назначения, развернулась и поехала назад, снова встретившись с тем же товарным поездом, но уже двигаясь ему навстречу. Машинист электрички заметил, что теперь он ехал рядом с товарным поездом в течение времени $\Delta t_2 = \Delta t_1/6$. Найти скорость и длину товарного поезда. Скорости поездов не менялись.



Поясняющий рисунок (в оригинале условия рисунка нет; по размерам в масштабе): товарный поезд (серый) и электричка (бирюзовая); точка — машинист. Вверху — начало обгона (машинист поравнялся с хвостом поезда), внизу — конец (он поравнялся с головой поезда). Расстояние между метками — длина поезда l

▲ **Решение. Что происходит.** Машинист “едет рядом” с товарным поездом, пока он проходит вдоль всего состава: от хвоста до головы, то есть путь, равный длине поезда l. Машинист — точка, длину самой электрички не учитываем. Удобно перейти в систему отсчёта товарного поезда: он в ней стоит, а электричка движется с относительной скоростью. Если

поезда едут в одну сторону, скорости вычитаются, навстречу — складываются. Путь l один и тот же, поэтому записываем его дважды — для обгона и для встречного движения — и приравниваем.

Обозначения. l — длина товарного поезда, u — его скорость, $v = 70$ км/ч — скорость электрички. Скорости постоянны, значит системы отсчёта, связанные с землёй и с поездом, инерциальны, и скорости складываются по обычному закону.

1. Обгон. В системе отсчёта товарного поезда скорость электрички равна $v - u$ (скорости сонаправлены, электричка быстрее). За время Δt_1 машинист проходит вдоль поезда его длину:

$$l = (v - u)\,\Delta t_1.$$

В системе отсчёта земли то же самое — разность путей: электричка за Δt_1 проезжает $v\Delta t_1$, поезд — $u\Delta t_1$, и разница равна l.

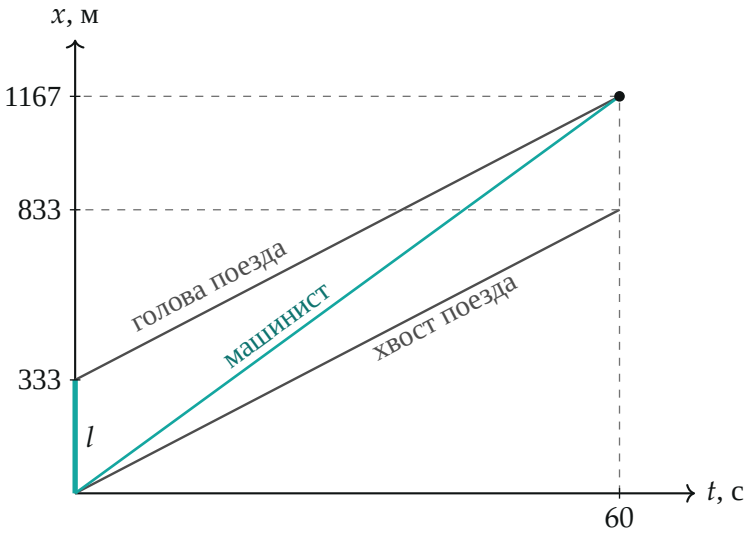
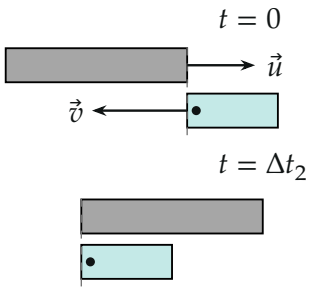


График $x(t)$ при обгоне в системе отсчёта земли (в масштабе): за 60 с машинист проезжает 1167 м, поезд — 833 м; разница 333 м и есть длина поезда

2. Встречное движение. Теперь электричка и поезд едут навстречу:

относительная скорость равна $v + u$ (скорости складываются). Машинист проходит ту же длину l за время $\Delta t_2 = \Delta t_1/6$:

$$l = (v + u)\,\Delta t_2 = (v + u)\,\frac{\Delta t_1}{6}.$$



Встречное движение (в масштабе): вверху машинист поравнялся с головой поезда, внизу за Δt_2 дошёл до хвоста. Поезд сдвинулся на $u\Delta t_2$, электричка — на $v\Delta t_2$, вместе они проходят длину поезда

3. Приравниваем. Длина поезда одна, поэтому правые части двух равенств равны:

$$(v - u)\,\Delta t_1 = (v + u)\,\frac{\Delta t_1}{6}.$$

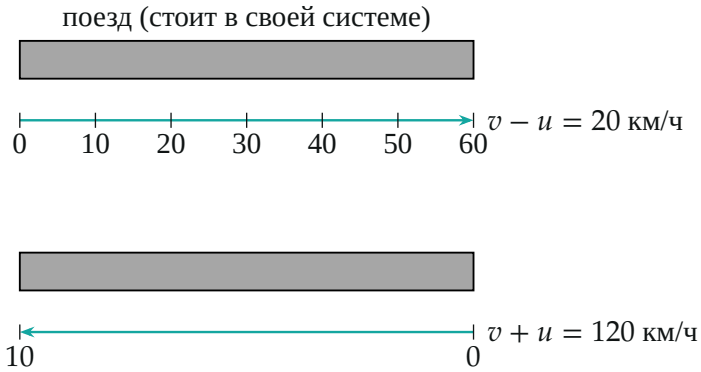
Неизвестной осталась скорость u; сокращаем Δt_1 и умножаем на 6:

$$6(v-u) = v+u \quad \Rightarrow \quad 5v = 7u \quad \Rightarrow \quad u = \frac{5}{7}\,v = \frac{5}{7}\cdot 70\ \text{км/ч} = 50\ \text{км/ч}.$$

4. Длина поезда. Подставим u в первое равенство: $v - u = \frac{2}{7}v = 20$ км/ч. Переведём в метры в секунду, разделив на 3,6:

$$l = (v - u)\Delta t_1 = \frac{20}{3{,}6}\ \text{м/с} \cdot 60\ \text{с} \approx 5{,}56 \cdot 60\ \text{м} \approx 333\ \text{м}.$$

Обратите внимание: километры в час умножать на секунды нельзя — сначала перевод в одни единицы.



В системе отсчёта товарного поезда: метки — моменты времени в секундах. При обгоне машинист проходит длину l за 60 с (шесть отметок по 10 с), при встрече — за 10 с. Скорости относятся как $20 : 120 = 1 : 6$

Проверка. Второй способ — через встречное движение: $l = (v + u)\Delta t_2 = 120$ км/ч $\cdot$ 10 с $= \dfrac{120}{3{,}6} \cdot 10$ м ≈ 333 м — то же число. Общая формула из пункта 3: $u = v\,\dfrac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$. Предельные случаи: при $\Delta t_2 \to \Delta t_1$ получаем $u \to 0$ (стоящий поезд: туда и обратно одно и то же время), при $\Delta t_2 \to 0$ — $u \to v$ (поезд почти так же быстр, как электричка, обгон очень долгий); наше $u = \frac{5}{7}v < v$, обгон возможен.

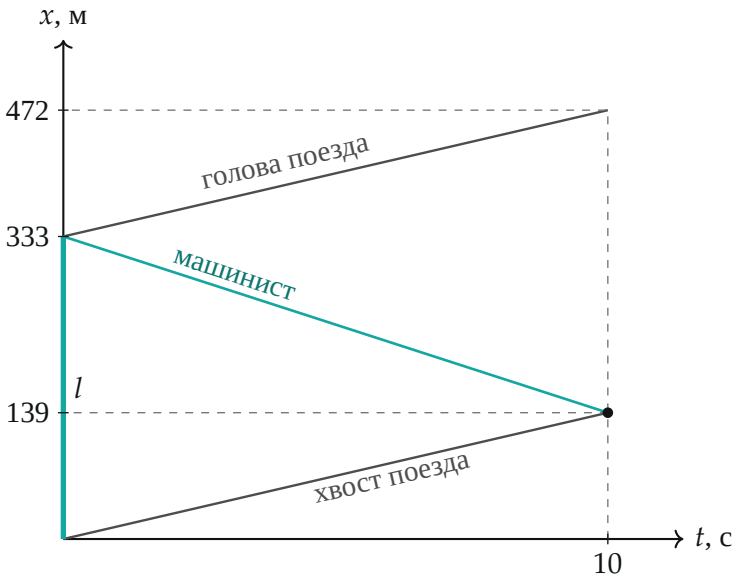


График $x(t)$ при встрече (в масштабе): за 10 с машинист проезжает 194 м навстречу, поезд — 139 м вперёд; вместе 333 м

Физический смысл: при встрече электричка и поезд “сближаются” в шесть раз быстрее, чем при обгоне, потому что скорости складываются, а не вычитаются, — отсюда разница времён в шесть раз.

Ответ. $u = \dfrac{5}{7}v = 50$ км/ч; $l = \dfrac{2}{7}v\Delta t_1 \approx 333$ м.