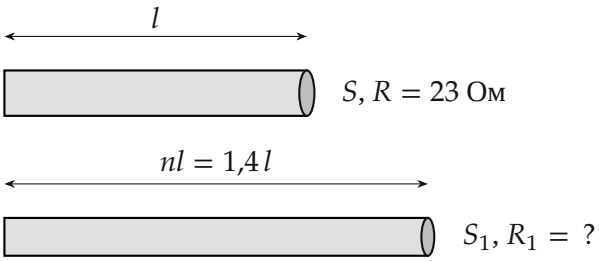
Вытянутая проволока

Задача 2. [Росатом 2024/25, отборочный этап, 8 класс, задача 2] «Вытянутая проволока».

Длину вольфрамовой проволоки с сопротивлением $R = 23$ Ом увеличили вытягиванием в $n = 1{,}4$ раза. Каким будет новое сопротивление проволоки?



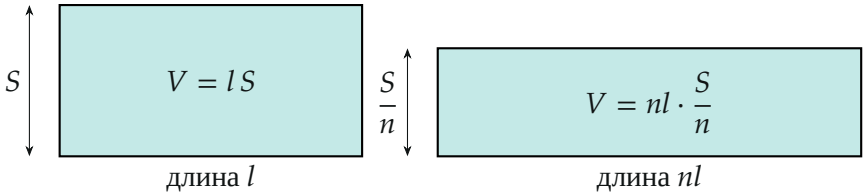
Поясняющий рисунок (в оригинале условия рисунка нет): проволока до и после вытягивания; длина выросла в n раз, диаметр уменьшился (в масштабе при неизменном объёме)

▲ **Решение.** **Что происходит.** Проволоку вытягивают, не добавляя и не убирая вещества: объём металла остаётся тем же. Значит, чем длиннее становится проволока, тем она тоньше. Сопротивление проводника растёт и с длиной, и с уменьшением сечения, поэтому изменится дважды. Главная идея: объём сохраняется, а сопротивление выражается через длину и сечение по формуле $R = \rho_{\text{уд}} \dfrac{l}{S}$.

Обозначения. l и S — длина и площадь сечения проволоки до вытягивания, nl и S_1 — после; $\rho_{\text{уд}}$ — удельное сопротивление вольфрама. Материал и температура не меняются, поэтому $\rho_{\text{уд}}$ одно и то же до и после. Сечение считаем постоянным по длине проволоки.

1. Сохранение объёма. Объём проволоки — длина на площадь сечения. До и после вытягивания он один и тот же (плотность вольфрама не меняется, масса сохраняется):

$$lS = nl \cdot S_1 \quad \Rightarrow \quad S_1 = \frac{S}{n}.$$



Объём как площадь прямоугольника: ширина — длина, высота — сечение. Растянули проволоку в 1,4 раза по длине — сечение уменьшилось в 1,4 раза, площадь (объём) осталась прежней

2. Новое сопротивление. Сопротивление проводника — удельное сопротивление, умноженное на длину и делённое на сечение. До вытягивания $R = \rho_{\text{уд}} \dfrac{l}{S}$, после

$$R_1 = \rho_{\text{уд}} \frac{nl}{S_1} = \rho_{\text{уд}} \frac{nl \cdot n}{S} = n^2 \cdot \rho_{\text{уд}} \frac{l}{S} = n^2 R.$$

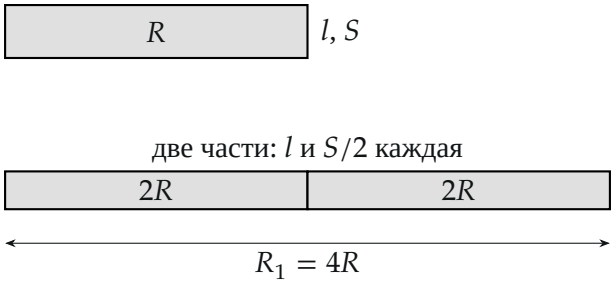
Длина дала множитель n, уменьшение сечения — ещё один.

3. Число.

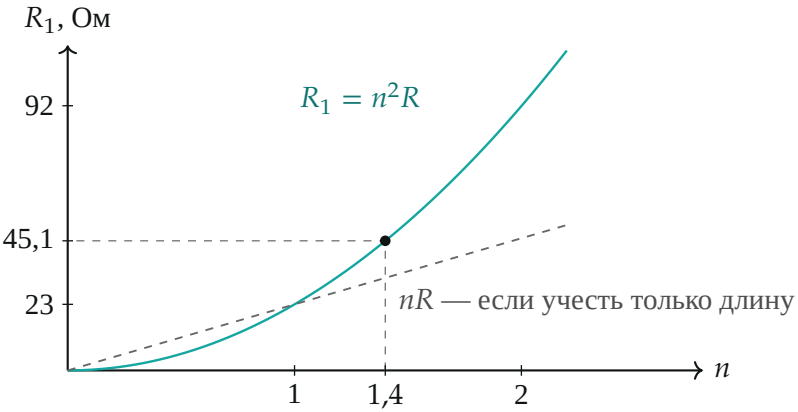
$$R_1 = 1{,}4^2 \cdot 23 \text{ Ом} = 1{,}96 \cdot 23 \text{ Ом} \approx 45{,}1 \text{ Ом}.$$

Обратите внимание: сопротивление выросло в n^2, а не в n раз. Если учесть только длину и забыть про сечение, получится $1{,}4 \cdot 23 = 32{,}2$ Ом — неверный ответ.

Проверка. При $n = 1$ получаем $R_1 = R$ — проволоку не тронули. Второй способ — при $n = 2$: вытянутую вдвое проволоку можно мысленно разрезать на две части длиной l каждая; сечение у них $S/2$, значит сопротивление каждой вдвое больше исходного, $2R$. Две такие части соединены последовательно: $R_1 = 2R + 2R = 4R = 2^2 R$, как по формуле.



Проверка при $n = 2$: проволока длиной $2l$ и сечением $S/2$ — две части, каждая длиной l и сечением $S/2$ (сопротивление $2R$), соединённые последовательно



Зависимость нового сопротивления от кратности вытягивания: $R_1 = 23\,n^2$ Ом (бирюзовая парабола). Серая прямая — ошибочная оценка nR, она идёт заметно ниже

Физический смысл: вытягивая проволоку, мы делаем её и длиннее, и тоньше — ток течёт по более длинному и более узкому пути, поэтому сопротивление растёт быстрее, чем длина.

Ответ. $R_1 = n^2R = 1{,}96 \cdot 23$ Ом $\approx 45{,}1$ Ом.