Равновесие трёх блоков

Задача 4. [Росатом 2024/25, отборочный этап, 8 класс, задача 4] «Равновесие трёх блоков».

Имеется система из трёх блоков, массы двух из них известны m и $2m$ (см. рисунок). При какой массе третьего блока m_1 система будет находиться в равновесии? Какими будут при этом показания пружинного безмена Б (пружинных весов, позволяющих измерять массу подвешенного к ним груза)?

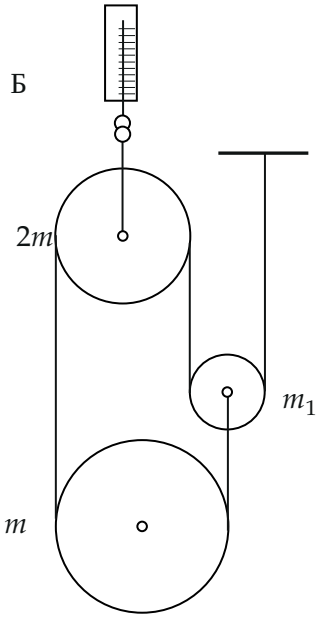


Рисунок условия: верхний блок $2m$ подвешен к безмену Б; нить одним концом закреплена на опоре, огибает блок m_1, верхний блок $2m$ и нижний блок m, а вторым концом привязана к оси блока m_1

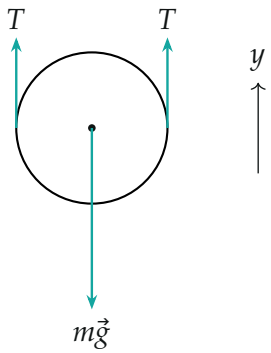
▲ **Решение. Что происходит.** Нить одна, непрерывная; считаем её невесомой и нерастяжимой, а блоки — вращающимися без трения. Тогда натяжение во всех участках нити одно и то же — T. Каждый блок — тело в покое: сумма сил на него равна нулю. Начнём с нижнего блока: на него действуют вес и два отрезка нити, отсюда T через m. Затем найдём

m_1 из равновесия блока m_1 и, наконец, силу, которую безмен держит верхний блок.

Обозначения. Ось y — вертикально вверх. T — натяжение нити (одно во всех её участках), $F_Б$ — сила, с которой безмен тянет верхний блок вверх. Блоки считаем точками приложения сил: размеры блоков не влияют, нить вертикальна.

1. Нижний блок m и натяжение T. На блок действуют сила тяжести $m\vec{g}$ вниз и две силы натяжения вверх: нить огибает блок снизу, и обе её ветви (левая идёт к верхнему блоку, правая — к оси блока m_1) тянут его вверх. Запишем условие равновесия в проекции на ось y:

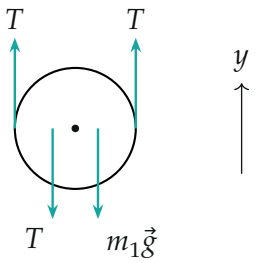
$$2T - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad T = \frac{mg}{2}.$$



Силы на блок m: две силы натяжения T вверх и сила тяжести $m\vec{g}$ вниз; длина стрелок в масштабе ($mg = 2T$)

2. Блок m_1 и его масса. На этот блок действуют: вниз — сила тяжести $m_1\vec{g}$ и сила $\vec{T}$ нити, привязанной к его оси (нить идёт вниз к блоку m), вверх — две силы натяжения: нить огибает блок снизу, и обе её ветви (одна идёт к блоку $2m$, другая — к опоре) тянут его вверх. Условие равновесия в проекции на ось y:

$$2T - T - m_1 g = 0 \quad \Rightarrow \quad m_1 g = T = \frac{mg}{2} \quad \Rightarrow \quad m_1 = \frac{m}{2}.$$



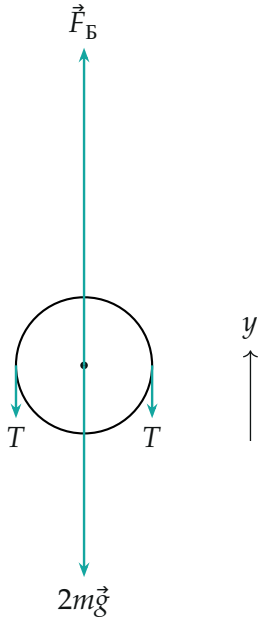
Силы на блок m_1: вверх две силы T от нити, вниз — сила T от нити, привязанной к оси, и $m_1\vec{g}$ (стрелки вниз чуть разведены, обе приложены к оси)

Обратите внимание: нить, привязанная к оси блока m_1, тянет блок вниз с силой T — именно из-за неё $m_1 g = T$, а не $2T$. Если забыть эту силу, получится $m_1 = m$ — неверный ответ.

3. Верхний блок $2m$ и показания безмена. На него действуют: вверх — сила $\vec{F}_{\text{Б}}$ от безмена, вниз — сила тяжести $2m\vec{g}$ и две силы натяжения: левая ветвь нити идёт вниз к блоку m, правая — вниз к блоку m_1. В проекции на ось y:

$$F_{\text{Б}} - 2mg - 2T = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{\text{Б}} = 2mg + mg = 3mg.$$

По третьему закону Ньютона блок тянет безмен вниз с той же силой $F_{\text{Б}}$, а безмен показывает массу, соответствующую этой силе: $F_{\text{Б}}/g = 3m$.

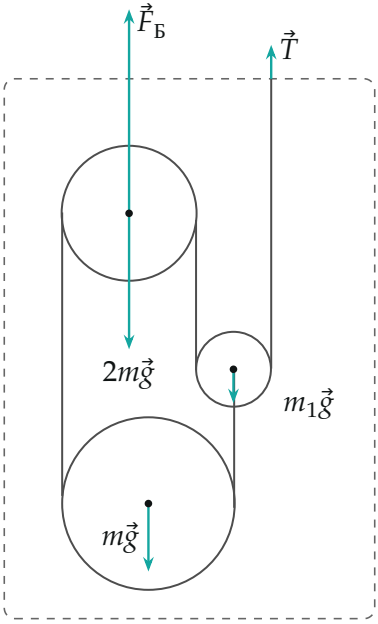


Силы на блок $2m$: вверх сила безмена $\vec{F}_Б$, вниз — сила тяжести $2m\vec{g}$ и две силы натяжения T; длины стрелок в масштабе ($F_Б = 3mg = 6T$)

Проверка вторым способом — вся система целиком. Выделим всё: три блока и нить. Внешние силы: сила тяжести $(2m + m + m_1)g = \frac{7}{2}mg$ вниз, сила $\vec{F}_Б$ от безмена вверх и сила натяжения $\vec{T}$ на конце нити, закреплённом на опоре, вверх. Равновесие:

$$F_Б + T = \frac{7}{2}mg \quad \Rightarrow \quad F_Б = \frac{7}{2}mg - \frac{1}{2}mg = 3mg,$$

то есть тот же результат.



Вся система (пунктир) — блоки и нить. Внешние силы: $\vec{F}_Б$ и $\vec{T}$ вверх, $2m\vec{g}$, $m\vec{g}$, $m_1\vec{g}$ вниз; длины стрелок в масштабе ($3mg$, $\frac{1}{2}mg$ вверх; $2mg$, mg, $\frac{1}{2}mg$ вниз)

Физический смысл: нить с блоками работает как система подвижных блоков: нижний блок m и блок m_1 делят нагрузку надвое, а верхний блок передаёт безмену свой вес и натяжения двух ветвей нити.

Ответ. $m_1 = \dfrac{m}{2}$; безмен показывает $3m$.