Цепь с тремя амперметрами и вольтметром

Задача 1. [Росатом 2024/25, отборочный этап, 9 класс, задача 1] «Цепь с тремя амперметрами и вольтметром».

Схема электрической цепи, состоящей из двух резисторов, трёх амперметров и вольтметра, дана на рисунке. Известно, что амперметр A показывает силу тока I, вольтметр — напряжение U, сопротивление первого резистора R_1. Найти сопротивление резистора R_2 и показания амперметров A_1 и A_2. Все электроизмерительные приборы являются идеальными.

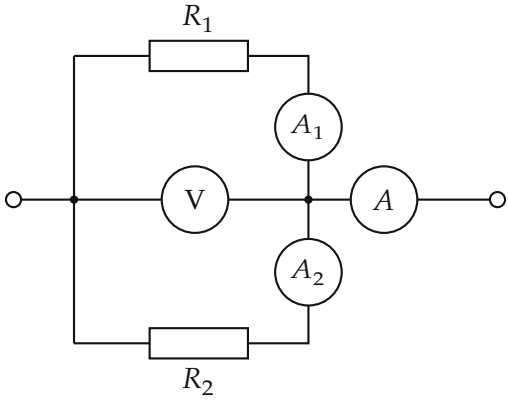


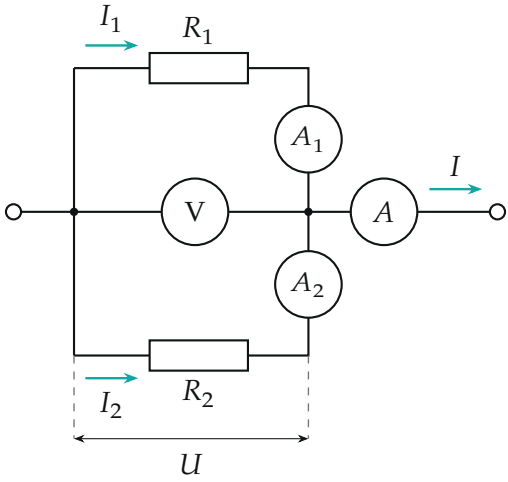
Рисунок условия. Над приборами и резисторами в оригинале буквы не напечатаны: обозначения V, A, A_1, A_2, R_1, R_2 поставлены по тексту решения организаторов (вольтметр — слева в середине, амперметр A — справа в неразветвлённой части, A_1 — последовательно с верхним резистором, A_2 — с нижним). Числа в оригинале условия тоже пропущены; по решению организаторов $U = 220$ В, $I_1 = 1{,}2$ А, $I = 1{,}8$ А, $R_1 = U/I_1 \approx 183$ Ом

▲ **Решение. Что происходит.** Приборы идеальные, и это условие несёт всю идею. Идеальный амперметр — просто провод: сопротивление нуль, напряжение на нём нуль. Идеальный вольтметр — обрыв: сопротивление бесконечно, ток через него не течёт. Поэтому амперметры A_1 и A_2 не меняют напряжение на своих резисторах, а вольтметр показывает напряжение на обеих параллельных ветвях сразу. Всё сводится к

параллельному соединению двух резисторов: напряжение на них одно и то же, токи складываются.

Обозначения. U — показание вольтметра, I — показание амперметра A (весь ток), I_1 и I_2 — токи через верхний (R_1) и нижний (R_2) резисторы: именно их показывают A_1 и A_2.

1. Напряжение на резисторах. Вольтметр присоединён к тем же двум узлам, что и обе ветви с резисторами (левый узел и узел в центре), а амперметры A_1, A_2 напряжения не добавляют и не отнимают. Значит, на каждом резисторе напряжение равно показанию вольтметра U (рисунок ниже).



Токи и напряжение. Через вольтметр ток не идёт, через амперметр A течёт весь ток I, через A_1 — ток I_1 верхней ветви, через A_2 — ток I_2 нижней

2. Ток через первый резистор. Закон Ома для участка цепи с резистором R_1:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} \quad \text{(это показание } A_1\text{)}.$$

3. Ток через второй резистор. В центральном узле токи складываются: заряд в узле не накапливается, а через вольтметр ток не течёт, поэто-

му весь ток I амперметра A делится между двумя ветвями:

$$I = I_1 + I_2 \quad \Rightarrow \quad I_2 = I - I_1 = I - \frac{U}{R_1} \quad \text{(это показание } A_2\text{)}.$$

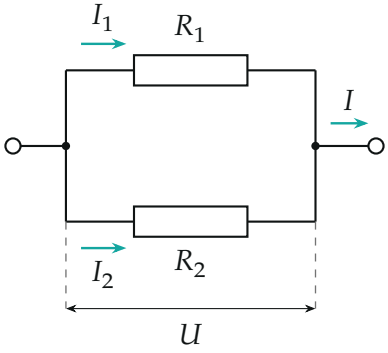
4. Сопротивление второго резистора. Закон Ома для R_2 с тем же напряжением U:

$$R_2 = \frac{U}{I_2} = \frac{U}{I - U/R_1} = \frac{UR_1}{IR_1 - U}.$$

5. Числа. Для данных, по которым считают организаторы, $U = 220$ В, $I_1 = \dfrac{U}{R_1} = 1{,}2$ А и $I = 1{,}8$ А:

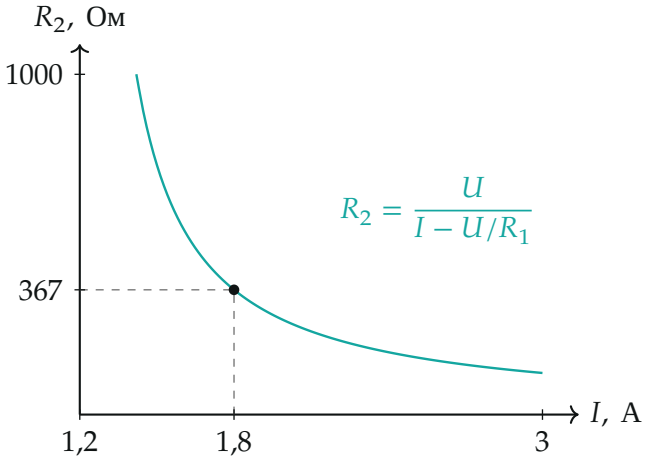
$$I_2 = 1{,}8 - 1{,}2 = 0{,}6 \text{ А}, \qquad R_2 = \frac{220}{0{,}6} \approx 367 \text{ Ом}.$$

Обратите внимание: вольтметр показывает напряжение и на резисторе R_1, и на R_2, хотя резисторы разные: они соединены параллельно. А тот факт, что показания амперметров A_1 и A_2 разные, не противоречит идеальности приборов: они стоят в разных ветвях, токи в которых определяются сопротивлениями резисторов.



Эквивалентная схема: амперметры — провода, вольтметр убран (ток через него нулевой). Остались два резистора, соединённых параллельно, под напряжением U

Проверка. Размерность: $UR_1/(IR_1 - U)$ — $\dfrac{\text{В} \cdot \text{Ом}}{\text{А} \cdot \text{Ом} - \text{В}} = \text{Ом}$. Второй способ — общее сопротивление параллельных резисторов: $\dfrac{U}{I} = \dfrac{220}{1{,}8} \approx 122$ Ом, а $\dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \dfrac{183 \cdot 367}{550} \approx 122$ Ом — те же числа. Предел: если I стремится к I_1 (в нижней ветви тока нет), знаменатель $IR_1 - U$ стремится к нулю, и $R_2 \to \infty$: нижняя ветвь разорвана. Если $I < I_1$, то $I_2 < 0$ — такого быть не может: резистор R_1 сам пропускает ток I_1, и $I \geq I_1$.



Сопротивление R_2 как функция показания I амперметра A (при $U = 220$ В и $R_1 \approx 183$ Ом). Ось I начинается с 1,2 А — при таком токе R_2 бесконечно велико. Точка — данные задачи

Физический смысл: чем больше ток амперметра A при том же напряжении, тем меньше сопротивление нижней ветви. Ток, равный току верхней ветви, означает, что нижней ветви нет.

Ответ. Показание A_1: $I_1 = \dfrac{U}{R_1} = 1{,}2$ А; показание A_2: $I_2 = I - \dfrac{U}{R_1} = 0{,}6$ А; сопротивление второго резистора $R_2 = \dfrac{UR_1}{IR_1 - U} \approx 367$ Ом.