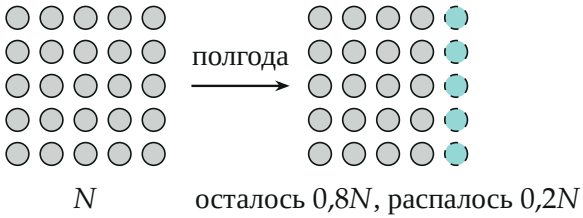
Радиоактивный распад

Задача 1. [Росатом 2024/25, заключительный этап, 7 класс, задача 1] Атомы ряда веществ могут самопроизвольно распадаться с течением времени — такие процессы называются радиоактивными распадами. Изучение радиоактивных распадов показало, что распады происходят так, что каждую секунду распадается одна и та же доля имеющихся атомов радиоактивного вещества (независимо от того, сколько атомов было вначале). Для некоторого радиоактивного вещества известно, что за полгода распадается 20 % имеющихся первоначально атомов. Какая часть первоначального количества атомов распадется за полтора года? Какая часть первоначального количества атомов распадется за четвёртый полугодовой интервал с начала наблюдения? Какая часть первоначального количества атомов вещества останется в образце через 2 года?



Поясняющий рисунок: за полгода распадается каждый пятый из имеющихся атомов (бирюза)

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на закон радиоактивного распада. Главное слово условия — «доля»: за каждую секунду распадается одна и та же доля от атомов, имеющихся *в этот момент*, а не одно и то же число атомов. Значит, и за каждое полугодие распадается одна и та же доля — 20 % — от атомов, имевшихся в начале этого полугодия. Чем меньше осталось, тем меньше распадается. Будем вести счёт по полугодиям.

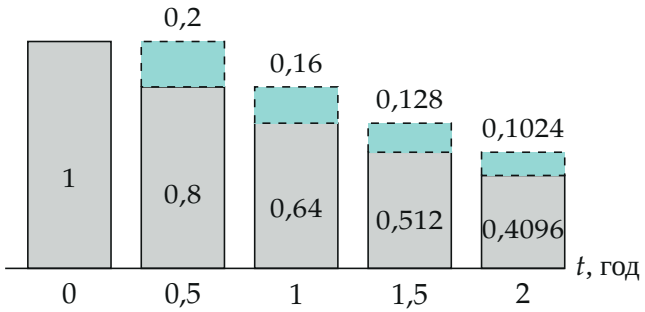
Обозначения. N — число атомов в начале наблюдения; N_k — число атомов в конце k-го полугодия ($N_0 = N$); ΔN_k — число атомов, распавшихся за k-е полугодие.

1. Почему доля за полгода одна и та же для любого полугодия. Полугодие состоит из одинакового числа секунд. В каждую секунду остаётся одна и та же доля от имевшихся атомов, поэтому за полгода остаётся одна и та же доля от того, что было в начале полугодия, — неважно, первое это полугодие или четвёртое. Для первого полугодия она известна: распалось 20 %, осталось 80 %. Значит, для любого k

$$\Delta N_k = 0{,}2\,N_{k-1}, \qquad N_k = 0{,}8\,N_{k-1}.$$

2. Полугодие за полугодием.

k	N_{k-1} (в начале)	$\Delta N_k = 0{,}2N_{k-1}$	$N_k = 0{,}8N_{k-1}$
1	N	$0{,}2N$	$0{,}8N$
2	$0{,}8N$	$0{,}16N$	$0{,}64N$
3	$0{,}64N$	$0{,}128N$	$0{,}512N$
4	$0{,}512N$	$0{,}1024N$	$0{,}4096N$



Атомы в долях от N: серое — осталось к концу полугодия, бирюза сверху — распалось за это полугодие (20 % от столбика слева)

3. Распалось за полтора года. Это три первых полугодия:

$$\Delta N_1 + \Delta N_2 + \Delta N_3 = 0{,}2N + 0{,}16N + 0{,}128N = 0{,}488N.$$

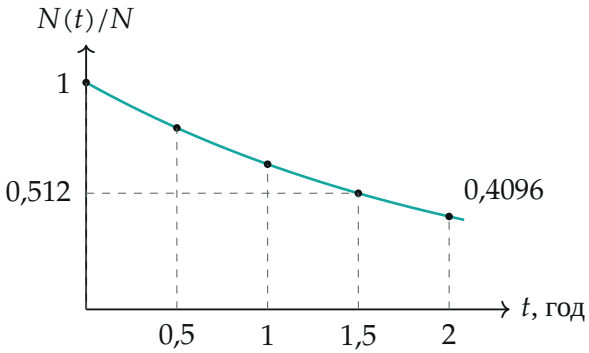
Проверим иначе: за полтора года осталось $N_3 = 0{,}8^3N = 0{,}512N$, значит, распалось $N - 0{,}512N = 0{,}488N$ — то же.

4. Распалось за четвёртое полугодие. В начале четвёртого полугодия было $N_3 = 0{,}512N$, распалось 20 % от этого:

$$\Delta N_4 = 0{,}2 \cdot 0{,}512N = 0{,}1024N.$$

5. Осталось через два года. Два года — четыре полугодия, каждое оставляет 0,8 от имевшегося:

$$N_4 = 0{,}8^4 N = 0{,}4096N.$$



Доля оставшихся атомов: за каждые полгода она умножается на 0,8; точки — концы полугодий

Обратите внимание: неверно считать, что за каждые полгода распадаются одни и те же 20 % *первоначального* числа атомов — тогда за полтора года распалось бы 60 %, а за два с половиной года — все атомы. Двадцать процентов берутся каждый раз от того, что осталось.

Ответ. За полтора года распадётся 0,488 первоначального количества атомов; за четвёртое полугодие — 0,1024; через два года останется 0,4096.

Проверка. Баланс: за четыре полугодия распалось $0{,}2 + 0{,}16 + 0{,}128 + 0{,}1024 = 0{,}5904$, осталось 0,4096, в сумме 1 — ни один атом не потерян. Доли безразмерны. Смысл: оставшаяся доля убывает, но никогда не обращается в нуль — каждый раз остаётся 80 % от предыдущего.

Ответ. За полтора года распадётся 0,488 первоначального количества атомов; за четвёртый полугодовой интервал — 0,1024; через 2 года останется 0,4096.