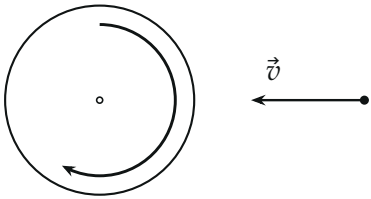
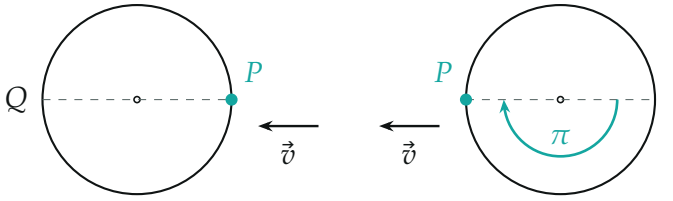
Пуля и вращающийся цилиндр

Задача 4. [Росатом 2024/25, заключительный этап, 7 класс, задача 4] Расположенный вертикально цилиндр из бумаги диаметром d равномерно вращается вокруг своей оси, совершая один оборот за время T. Пуля, летящая горизонтально, пробивает цилиндр. Возможна ли такая ситуация, когда в боковой поверхности цилиндра будет лишь одно отверстие от пули, и если да, то при какой скорости пули? Траектория пули пересекает ось цилиндра (см. рис.; вид сверху). Диаметр цилиндра d, время полного оборота вокруг своей оси T, скорость пули v. Цилиндр никак не искажает движение пули.



▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на равномерное вращение и равномерное движение. Пуля пробивает стенку дважды: при входе (точка P) и при выходе — на противоположном конце диаметра. Пока пуля летит внутри, цилиндр поворачивается, и пробоина входа уезжает вместе со стенкой. Отверстие будет одно, если к моменту выхода пули пробоина входа как раз окажется на месте выхода — тогда пуля вылетит через уже готовую дыру. Значит, надо сравнить время полёта пули внутри цилиндра со временем поворота стенки на пол-оборота.

Обозначения. P — точка входа пули (и пробоина в ней), Q — диаметрально противоположная точка, через которую пуля выходит; τ — время полёта пули внутри цилиндра; φ — угол, на который цилиндр поворачивается за это время.



$t = 0$: пуля в P $t = T/2$: пуля в Q

Пуля пролетела диаметр за половину оборота: пробоина P повернулась на угол π и оказалась ровно на месте выхода

1. Время полёта внутри цилиндра. Цилиндр не искажает движения пули, поэтому внутри она летит равномерно по диаметру длиной d (траектория проходит через ось):

$$\tau = \frac{d}{v}.$$

2. Поворот цилиндра за это время. Цилиндр вращается равномерно: полный оборот (2π) — за время T, значит за время τ он поворачивается на угол

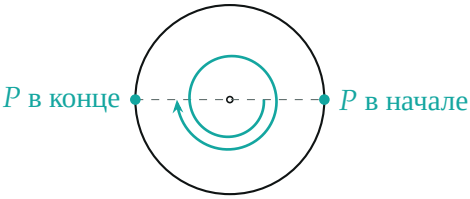
$$\varphi = 2\pi\,\frac{\tau}{T}.$$

3. Условие одного отверстия. Пробоина P должна прийти в точку Q к моменту, когда туда долетает пуля. Точка Q отстоит от P на пол-оборота, а лишние полные обороты ничего не меняют. Поэтому

$$\varphi = \pi + 2\pi n, \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

Подставим φ из пункта 2:

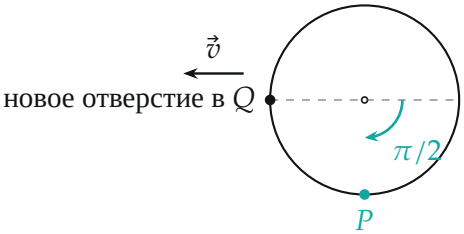
$$2\pi\,\frac{d}{vT} = \pi(2n+1) \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{v} = \frac{T}{2} + nT \quad \Rightarrow \quad v = \frac{2d}{(2n+1)\,T}.$$



$$n = 1\colon \varphi = 3\pi,\ v = \frac{2d}{3T}$$

При более медленной пуле цилиндр успевает сделать полтора, два с половиной … оборота — пробоина снова оказывается на месте выхода

4. Что будет при другой скорости. Если φ не равно нечётному числу π, пробоина P к моменту выхода пули стоит не в точке Q, и пуля пробивает стенку второй раз — отверстий два. Например, при $v = 4d/T$ пуля пролетает диаметр за четверть оборота.



При $v = 4d/T$ цилиндр повернулся лишь на четверть оборота: пробоина P ушла вбок, пуля выходит через новую дыру в Q

Обратите внимание: годится не одна скорость, а целый ряд. Самая большая из них ($n = 0$) — $v = 2d/T$, остальные в $3, 5, 7, \ldots$ раз меньше.

Ответ. Да, возможна, если за время полёта пули через цилиндр он поворачивается на нечётное число полуоборотов: $v = \dfrac{2d}{(2n+1)T}$, $n = 0, 1, 2, \ldots$; наибольшая такая скорость $v = \dfrac{2d}{T}$.

Проверка. Размерность: $[d/T]$ — м/с, скорость. Второй способ (через путь точки стенки): за время τ точка P проходит по окружности дугу $\pi d\,\tau/T$; для $n = 0$ это половина окружности $\pi d/2$, откуда $\tau = T/2$ и $v = d/\tau = 2d/T$ — то же. Смысл: пуля «ловит» свою же пробоину,

только если та успевает обойти полкруга (плюс любое число целых кругов).

Ответ. Да, возможна: $v = \dfrac{2d}{(2n+1)T}$, $n = 0, 1, 2, \ldots$ (наибольшая — $v = \dfrac{2d}{T}$).