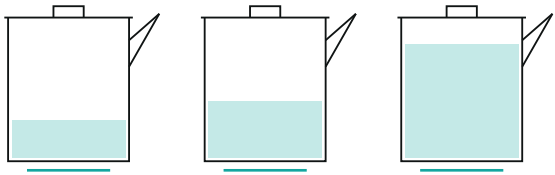
Три чайника

Задача 3. [Росатом 2024/25, заключительный этап, 9 класс, задача 3] В три одинаковых чайника налили следующие объёмы воды комнатной температуры: $V_1 = V = 1$ л, $V_2 = 3V/2 = 1{,}5$ л и $V_3 = 3V = 3$ л. Вода в первом чайнике закипела через время $t_1 = 5$ мин после включения, во втором — через $t_2 = 7$ мин после включения. Через какое время после включения закипит вода в третьем чайнике? Потерями тепла в окружающее пространство пренебречь.



Поясняющий рисунок: одинаковые чайники с одинаковыми нагревателями (бирюза снизу), разные объёмы воды

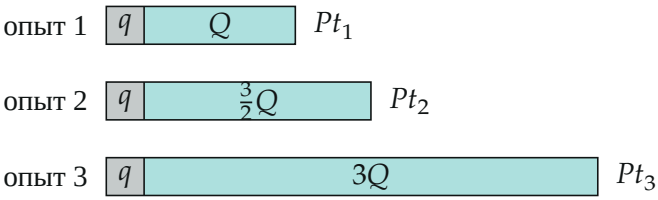
▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на уравнение теплового баланса. Нагреватель отдаёт тепло с постоянной мощностью, потерь нет, значит, всё тепло идёт на нагрев воды до кипения. Проверим, хватает ли этого: если бы грелась только вода, время было бы пропорционально её объёму, и второй чайник закипел бы через $1{,}5 \cdot 5 = 7{,}5$ мин. Он закипел быстрее, за 7 мин. Значит, в первом опыте часть тепла ушла не на воду — греется и сам чайник (корпус, нагревательный элемент). Эта часть одна и та же во всех трёх опытах: чайники одинаковые и нагреваются от комнатной температуры до температуры кипения.

Обозначения. P — мощность нагревателя; Q — теплота, нужная, чтобы нагреть до кипения объём воды $V = 1$ л; q — теплота, нужная, чтобы нагреть сам чайник; t_3 — искомое время.

1. Уравнения теплового баланса. Теплота, отданная нагревателем за время t, равна Pt. Теплота, нужная для нагрева воды, пропорциональна

её массе, то есть объёму: для объёма kV это kQ. Для трёх опытов:

$$Pt_1 = Q + q, \qquad Pt_2 = \frac{3}{2}Q + q, \qquad Pt_3 = 3Q + q.$$



Куда уходит теплота нагревателя: серое — чайник (q, одинаково во всех опытах), бирюза — вода (пропорционально объёму)

2. Теплота на воду и на чайник. Вычтем первое уравнение из второго — q сократится:

$$P(t_2 - t_1) = \frac{1}{2}Q \quad \Rightarrow \quad Q = 2P\,(t_2 - t_1) = 2P \cdot 2 \text{ мин} = P \cdot 4 \text{ мин}.$$

Из первого уравнения:

$$q = Pt_1 - Q = P\,(3t_1 - 2t_2) = P \cdot 1 \text{ мин}.$$

Чайник «съедает» столько же теплоты, сколько нагреватель отдаёт за минуту, а литр воды — за четыре минуты.

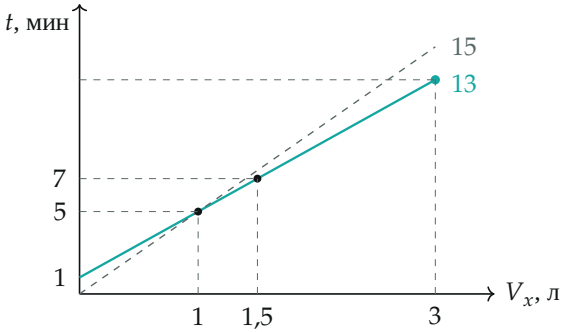
3. Время для третьего чайника. Подставим Q и q в третье уравнение и сократим на P:

$$t_3 = \frac{3Q + q}{P} = 6\,(t_2 - t_1) + (3t_1 - 2t_2) = 4t_2 - 3t_1 = 4 \cdot 7 - 3 \cdot 5 = 13 \text{ мин}.$$

4. Второй способ — график. Из уравнений теплового баланса время закипания линейно зависит от объёма воды:

$$t(V_x) = \frac{q}{P} + \frac{Q}{P} \cdot \frac{V_x}{V}.$$

Две точки (1 л; 5 мин) и (1,5 л; 7 мин) задают прямую с наклоном $\frac{7-5}{1{,}5-1} = 4$ мин/л; при $V_x = 3$ л она даёт $t = 5 + 4 \cdot 2 = 13$ мин. Прямая пересекает ось времени в точке $q/P = 1$ мин — это время нагрева пустого чайника.



Время закипания от объёма воды: бирюза — опыты с учётом чайника (прямая через 1 мин при $V_x = 0$), пунктир — если бы грелась только вода

Обратите внимание: ответ «втрое больше воды — втрое больше времени» (15 мин) неверен: он не учитывает теплоёмкость чайника. Именно её и выдаёт несоответствие $7 \neq 7{,}5$ мин.

Ответ.

$$t_3 = 4t_2 - 3t_1 = 13 \text{ мин}.$$

Проверка. Размерность: t_3 — комбинация времён. Подстановка: $Pt_1 = 4P + P = 5P$, $Pt_2 = 6P + P = 7P$, $Pt_3 = 12P + P = 13P$ (в P·мин) — все три верны. Предел: если бы чайник не грелся ($q = 0$), было бы $t_2 = \frac{3}{2}t_1$, и формула дала бы $t_3 = 6t_1 - 3t_1 = 3t_1$ — время пропорционально объёму, как и должно быть.

Ответ. $t_3 = 4t_2 - 3t_1 = 13$ мин.