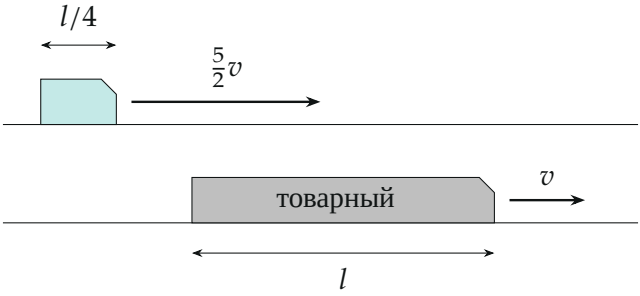
Электричка обгоняет товарный поезд

Задача 1. [Росатом 2025/26, отборочный этап, 10 класс, задача 1] «Электричка обгоняет товарный поезд».

По двум параллельным путям в одну сторону едут товарный поезд и электричка. Скорость товарного поезда v, длина l. Скорость электрички $5v/2$, длина $l/4$. В течение какого времени электричка будет обгонять товарный поезд?

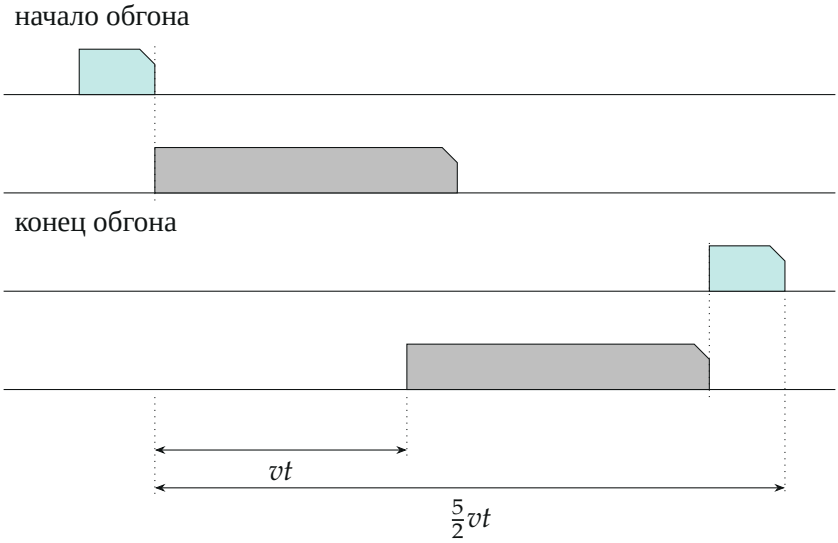


Поясняющий рисунок: поезда едут вправо, электричка догоняет товарный (длины стрелок скоростей — по модулю)

▲ **Решение.** **Что происходит.** Обгон начинается, когда голова электрички поравнялась с хвостом товарного поезда, и заканчивается, когда хвост электрички поравнялся с головой товарного. Удобнее перейти в систему отсчёта, связанную с товарным поездом: в ней он неподвижен, а электричка проходит мимо него с относительной скоростью и за время обгона преодолевает расстояние, равное сумме длин поездов.

Обозначения. $v_1 = v$ и $l_1 = l$ — скорость и длина товарного поезда; $v_2 = \dfrac{5}{2}v$ и $l_2 = \dfrac{l}{4}$ — скорость и длина электрички; t — время обгона.

1. Начало и конец обгона. На рисунке показаны оба момента в системе отсчёта «земля»: поезда успевают сместиться, но взаимное расположение в начале и в конце обгона вполне определено. За время t товарный поезд проходит vt, электричка — $\dfrac{5}{2}vt$.

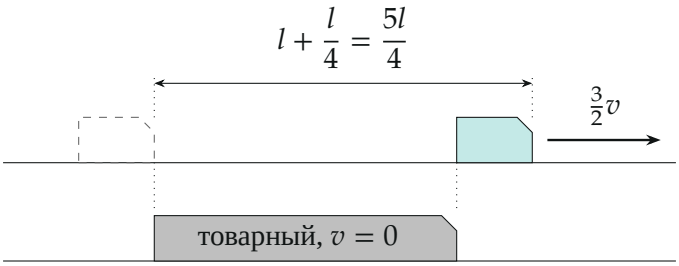


Сверху — начало обгона (голова электрички у хвоста товарного), снизу — конец (хвост электрички у головы товарного); стрелки — смещения за время обгона

2. Система отсчёта товарного поезда. Поезда едут в одну сторону, поэтому скорость электрички относительно товарного поезда — разность скоростей:

$$v_{\text{отн}} = v_2 - v_1 = \frac{5}{2}v - v = \frac{3}{2}v.$$

Зачем эта система: товарный поезд стоит, и считать нужно только расстояние, которое должна пройти электричка. На рисунке пунктиром показана электричка в начале обгона, залитой — в конце: её голова смещается на $l + l/4$.



3. Путь и время. Электричка должна пройти относительно товарного поезда путь, равный сумме длин:

$$s_{\text{отн}} = l_1 + l_2 = l + \frac{l}{4} = \frac{5l}{4}.$$

Эту часть пути она проходит равномерно с относительной скоростью:

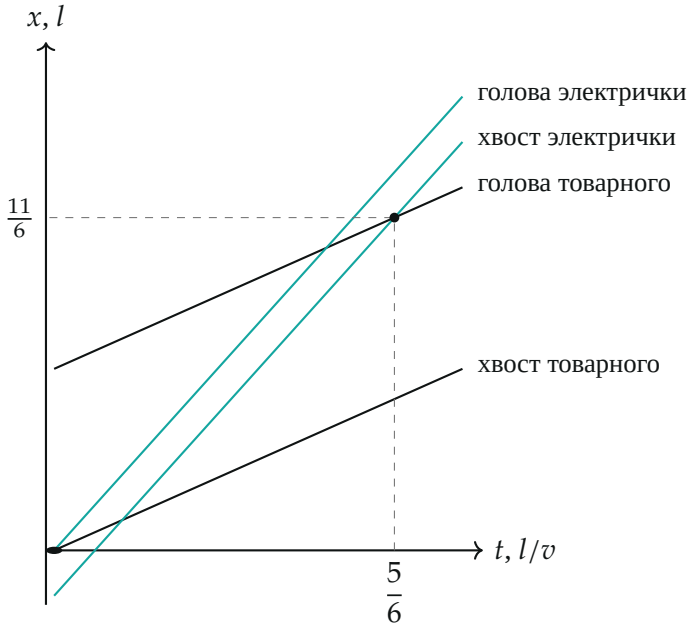
$$t = \frac{s_{\text{отн}}}{v_{\text{отн}}} = \frac{5l/4}{3v/2} = \frac{5l}{6v}.$$

Обратите внимание: нужна именно сумма длин. Обгон не закончен, пока электричка вся не вышла вперёд, а он уже начался, когда её голова поравнялась с хвостом товарного. Взять только l или только $l/4$ — значит потерять часть пути.

Второй способ: систему отсчёта «земля». Электричка должна пройти на сумму длин больше, чем товарный поезд:

$$\frac{5}{2}vt - vt = l + \frac{l}{4} \quad \Longrightarrow \quad \frac{3}{2}vt = \frac{5l}{4} \quad \Longrightarrow \quad t = \frac{5l}{6v},$$

тот же результат. На графике координат x голов и хвостов поездов обгон — от пересечения «голова электрички — хвост товарного» до пересечения «хвост электрички — голова товарного».



Координаты концов поездов (товарный — чёрные прямые, электричка — бирюзовые): обгон длится от 0 *до* $t = 5l/(6v)$

Проверка. Размерность: l/v — время. Предел: если скорость электрички близка к v, то $t = \dfrac{l + l/4}{v_2 - v} \to \infty$ — обогнать «почти равного» можно лишь очень долго, как и должно быть; общая формула при $v_2 = \frac{5}{2}v$ даёт ответ задачи. Числами: при $l = 400$ м и $v = 10$ м/с получаем $t = 5 \cdot 400/(6 \cdot 10) \approx 33$ с; за это время электричка проходит $25 \cdot 33{,}3 \approx 833$ м, товарный — 333 м, разность 500 м = 400 + 100.

Ответ. $t = \dfrac{5l}{6v}$.