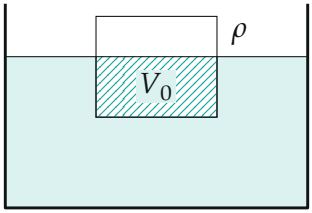
Утопить деревянное тело

Задача 1. [Росатом 2025/26, отборочный этап, 11 класс, задача 1] «Утопить деревянное тело».

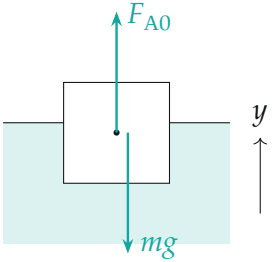
В воде плавает деревянное тело, которое вытесняет воду объёмом $V_0 = 800$ см^3. Какой минимальной силой нужно подействовать на это тело, чтобы полностью утопить его в воде? Плотность дерева $\rho = 600$ кг/м^3, плотность воды $\rho_0 = 1000$ кг/м^3. Считать, что $g = 10$ м/с^2.



Поясняющий рисунок: тело плавает, под водой — объём V_0 (заштрихован)

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на плавание тел (закон Архимеда и равновесие). Пока тело плавает, сила Архимеда от погружённой части V_0 уравновешивает его вес. Чтобы утопить тело целиком, надо погрузить ещё и надводную часть — сила Архимеда вырастет, и этот прирост должна уравновесить наша сила. Значит, сначала по условию плавания найдём полный объём тела.

Обозначения. V — полный объём тела, $m = \rho V$ — его масса, F — искомая сила (направлена вертикально вниз).



Тело плавает: $F_{A0} = mg = 8$ Н (длины стрелок — по модулю)

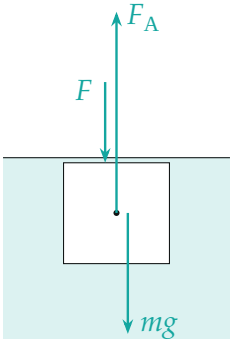
1. Полный объём тела. Второй закон Ньютона для плавающего тела в проекции на ось y (вверх): сила Архимеда от погружённого объёма V_0 уравновешивает силу тяжести:

$$\rho_0 g V_0 - \rho g V = 0 \quad \Longrightarrow \quad V = \frac{\rho_0}{\rho} V_0 = \frac{1000}{600} \cdot 800 \text{ см}^3 \approx 1333 \text{ см}^3.$$

Над водой — объём $V - V_0 \approx 533$ см^3, это 40% тела $(1 - \rho/\rho_0)$.

2. Тело погружено целиком. Теперь сила Архимеда действует на весь объём V, и тело покоится под действием трёх сил. Второй закон Ньютона в проекции на ось y:

$$\rho_0 g V - \rho g V - F = 0 \quad \Longrightarrow \quad F = (\rho_0 - \rho) g V.$$



Тело утоплено: $F_A = 13{,}3$ Н, $mg = 8$ Н, $F = 5{,}3$ Н (длины — по модулю)

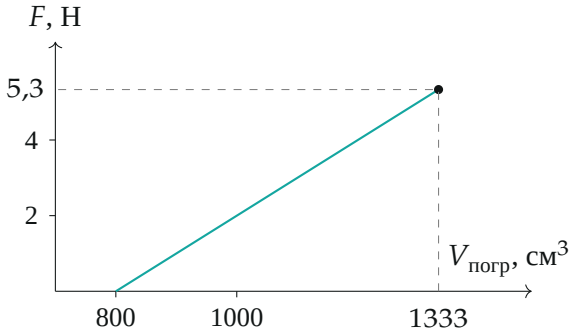
3. Ответ через данные. Подставим V из шага 1:

$$F_{\min} = \frac{\rho_0(\rho_0 - \rho)}{\rho} g V_0 = \frac{1000 \cdot 400}{600} \cdot 10 \cdot 8 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \approx 5{,}3 \text{ Н}.$$

Второй способ: сила F — это прирост силы Архимеда от надводной части, $F = \rho_0 g (V - V_0) = 1000 \cdot 10 \cdot 5{,}33 \cdot 10^{-4} \approx 5{,}3$ Н, то же.

Почему эта сила минимальна. Пока тело погружают, нужная сила растёт пропорционально погружённому сверх V_0 объёму: $F =$

$\rho_0 g(V_{\text{погр}} - V_0)$. Наибольшее значение — когда тело скрылось целиком; дальше погружённый объём не растёт, и удерживать тело на любой глубине нужно той же силой. Сила, направленная не вертикально, хуже: её горизонтальную часть ничто не уравновешивает, и для той же вертикальной части модуль больше.



Сила, нужная для погружения, растёт линейно с погружённым объёмом и достигает 5,3 Н, когда тело скрывается целиком

Проверка. Размерность: кг/м^3 · м/с^2 · м^3 = Н. Пределы: $\rho \to \rho_0$ — тело и так плавает целиком под водой, $F \to 0$; лёгкое тело ($\rho \to 0$) с тем же V_0 огромно по объёму, и $F \to \infty$.

Ответ. $F_{\min} = \dfrac{\rho_0(\rho_0 - \rho)}{\rho} g V_0 \approx 5{,}3$ Н.