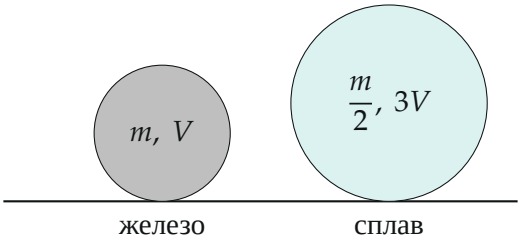
Два шара: железный и из сплава

Задача 1. [Росатом 2025/26, отборочный этап, 7 класс, задача 1] «Два шара: железный и из сплава».

Плотность вещества представляет собой массу единицы объёма данного вещества. Поэтому плотность вещества однородного тела можно найти как отношение массы тела к его объёму. В распоряжении экспериментатора есть два шара — железный и шар из неизвестного сплава. Масса железного шара в 2 раза больше массы шара из неизвестного сплава, а объём — в 3 раза меньше. Найти плотность неизвестного сплава, если плотность железа равна $\rho = 7{,}8$ г/см^3.



Поясняющий рисунок: радиусы шаров взяты по объёмам, $r \sim \sqrt[3]{V}$

▲ **Решение. Что происходит.** Плотность — это масса, делённая на объём. Про каждый шар нам известно, во сколько раз его масса и объём отличаются от массы и объёма другого шара, поэтому можно найти, во сколько раз отличаются плотности, а затем перейти к плотности сплава.

Обозначения. m и V — масса и объём железного шара; m_1 и V_1 — масса и объём шара из сплава; ρ_1 — искомая плотность сплава.

1. Данные условия на языке формул. «Масса железного шара в 2 раза больше» значит $m_1 = \dfrac{m}{2}$. «Объём железного шара в 3 раза меньше» значит $V = \dfrac{V_1}{3}$, то есть $V_1 = 3V$.

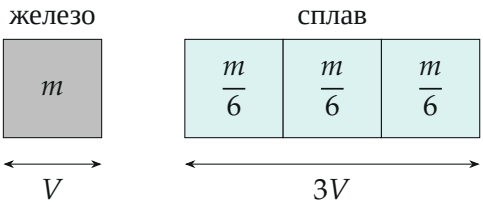
Обратите внимание: меньше именно объём железного шара, поэтому у сплава объём в три раза *больше*: $V_1 = 3V$, а не $\dfrac{V}{3}$. На рисунке шар из сплава крупнее.

2. Плотности по определению. Для каждого шара плотность — масса, делённая на объём:

$$\rho = \frac{m}{V}, \qquad \rho_1 = \frac{m_1}{V_1} = \frac{m/2}{3V}.$$

Разделим второе равенство на первое: величины m и V сократятся, и отношение плотностей будет зависеть только от данных отношений:

$$\frac{\rho_1}{\rho} = \frac{m/2}{3V} \cdot \frac{V}{m} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

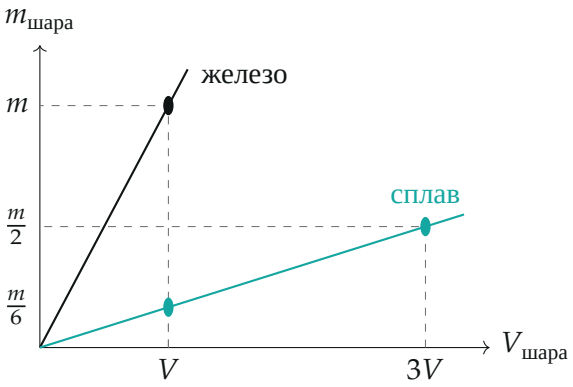


На каждый объём V приходится масса: у железа m, у сплава $m/6$ (его масса $m/2$ растянута на три таких объёма)

3. Плотность сплава. Отсюда

$$\rho_1 = \frac{\rho}{6} = \frac{7{,}8\ \text{г/см}^3}{6} = 1{,}3\ \text{г/см}^3.$$

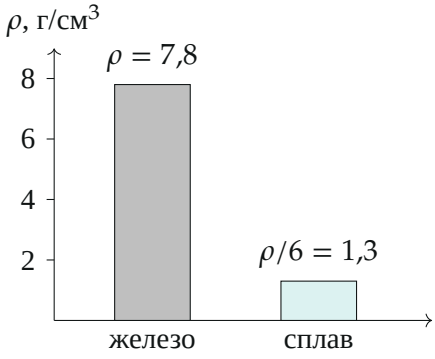
Второй способ: график. Построим зависимость массы от объёма. Для однородного тела $m = \rho V$ — прямая через начало координат, а плотность равна её наклону. Точка железного шара $(V;\, m)$, точка шара из сплава $(3V;\, \frac{m}{2})$.



Прямые $m = \rho V$ и $m = \rho_1 V$: при объёме V масса сплава $m/6$, в шесть раз меньше

При объёме V железо имеет массу m, а сплав — $m/6$: прямая сплава идёт в шесть раз положе, $\rho_1 = \rho/6$.

Проверка. Числами: пусть $V = 10$ см^3, тогда $m = \rho V = 78$ г, $m_1 = 39$ г, $V_1 = 30$ см^3 и $\rho_1 = 39/30 = 1{,}3$ г/см^3, как и получили. Масса в граммах, делённая на объём в кубических сантиметрах, даёт г/см^3, размерность верна.



Плотности шаров: у сплава она в шесть раз меньше, чем у железа

Физический смысл: сплав вдвое легче по массе, а занимает втрое больший объём, поэтому «упакован» в шесть раз реже железа и немного плотнее воды (1 г/см^3).

Ответ. $\rho_1 = \dfrac{\rho}{6} \approx 1{,}3$ г/см^3.