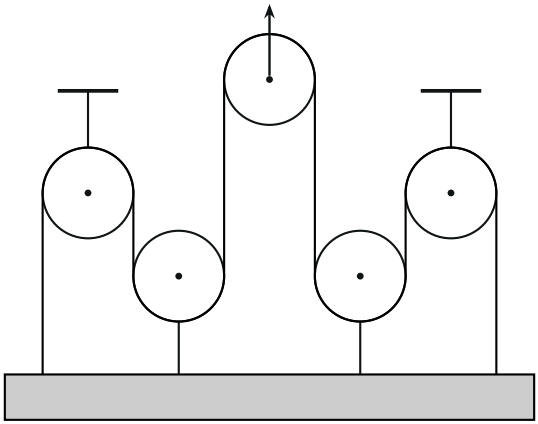
Подъём балки системой блоков

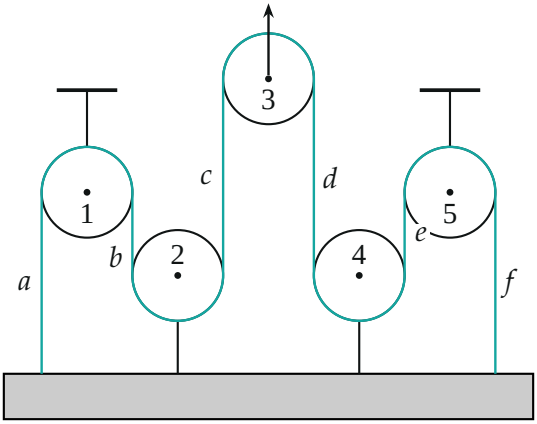
Задача 4. [Росатом 2025/26, отборочный этап, 7 класс, задача 4] «Подъём балки системой блоков».

Железобетонную балку поднимают с помощью системы блоков, вытягивая центральный блок (смотри рисунок). Известно, что балка движется при этом вертикально вверх со скоростью $u = 1$ м/с поступательно (т.е. оставаясь параллельной поверхности земли, как это показано на рисунке). С какой скоростью нужно вытягивать для этого центральный блок?

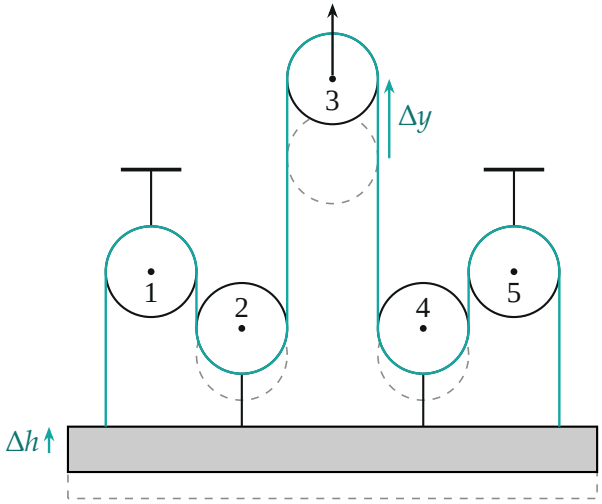


▲ **Решение.** **Что происходит.** Одна нерастяжимая нить идёт от левого конца балки через все пять блоков к её правому концу. Блоки 1 и 5 закреплены сверху и стоят на месте, оси блоков 2 и 4 соединены с балкой и поднимаются вместе с ней, блок 3 вытягивают вверх. Длина нити не меняется — главная идея задачи. Рассмотрим малый промежуток времени Δt и посмотрим, как изменилась длина каждого участка нити.

Обозначения. $\Delta h = u\,\Delta t$ — подъём балки и осей блоков 2 и 4 за Δt (балка движется поступательно, поэтому все её точки поднялись одинаково); $\Delta y = v\,\Delta t$ — подъём блока 3 (неизвестный), v — его искомая скорость. Участки нити между точками касания — вертикальные отрезки a, b, c, d, e, f (слева направо, см. рисунок).



Блоки 1–5 и вертикальные участки нити a–f

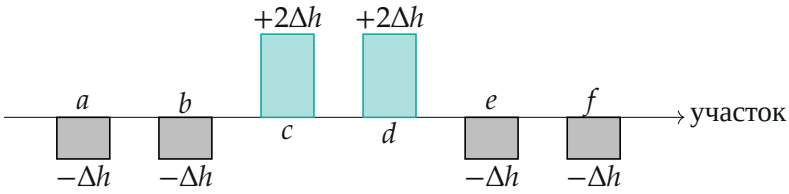


Система до (штрих) и после: балка и блоки 2, 4 поднялись на Δh, блок 3 — на Δy; блоки 1, 5 на месте

1. Дуги на блоках не меняются. Нить огибает каждый блок по половине окружности, и блоки только поворачиваются на месте или едут вверх вместе с нитью, не меняя дугу охвата: длина лежащей на блоке части нити остаётся прежней. Поэтому длина нити меняется только за счёт вертикальных участков, и важна высота их концов.

2. Изменение каждого участка. Длина вертикального участка — разность высот его концов.

- a — от балки до блока 1: нижний конец (балка) поднялся на Δh, верхний (блок 1) стоит; участок *короче* на Δh.
- b — от блока 1 до блока 2: верхний конец стоит, нижний (низ блока 2) поднялся на Δh; короче на Δh.
- c — от блока 2 до блока 3: нижний конец поднялся на Δh, верхний (блок 3) — на Δy; длина изменилась на $\Delta y - \Delta h$.
- d — от блока 3 до блока 4: точно так же, на $\Delta y - \Delta h$.
- e — от блока 4 до блока 5 и f — от блока 5 до балки: как b и a, короче на Δh каждый.



Изменения длин участков нити: четыре укоротились на Δh, два (около блока 3) удлинились на $2\Delta h$ ($\Delta y = 3\Delta h$)

3. Нерастяжимость нити. Длина нити постоянна, значит, сумма изменений участков равна нулю:

$$-\Delta h - \Delta h + (\Delta y - \Delta h) + (\Delta y - \Delta h) - \Delta h - \Delta h = 0,$$

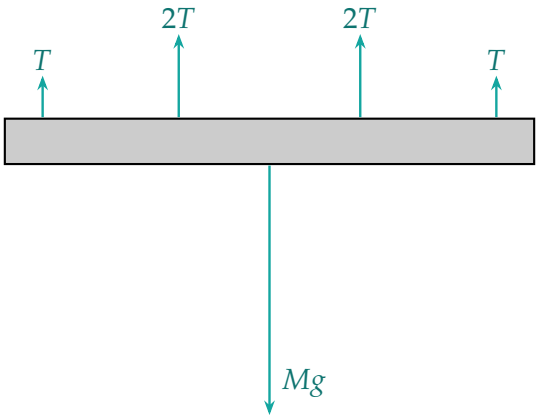
$$2\,\Delta y - 6\,\Delta h = 0 \quad \Longrightarrow \quad \Delta y = 3\,\Delta h.$$

Делим на Δt: блок 3 движется втрое быстрее балки,

$$v = \frac{\Delta y}{\Delta t} = 3\,\frac{\Delta h}{\Delta t} = 3u = 3 \text{ м/с}.$$

Обратите внимание. Блоки 2 и 4 — подвижные: они подвешены к балке и едут вверх вместе с ней. Если считать их неподвижными, как блоки 1 и 5, получится $\Delta y = \Delta h$ и $v = u$ — неверно.

Проверка. Второй способ — через силы и работу. Блоки и нить лёгкие, трения нет, значит, натяжение нити всюду одно, T. Балка массой M поднимается равномерно, поэтому сумма сил на неё равна нулю. Вверх на балку действуют: два конца нити, по T каждый; блок 2 и блок 4. Нить тянет блок 2 вверх за два участка, с силой $2T$; блок лёгкий, значит, ось тянет его вниз с той же силой, а он — балку вверх с силой $2T$. То же для блока 4. Равновесие балки: $T + T + 2T + 2T = Mg$, то есть $T = Mg/6$. Центральный блок лёгкий и держится на двух участках нити, поэтому тянуть его нужно с силой $F = 2T = Mg/3$. Работа этой силы идёт на подъём балки: $F\,v = Mg\,u$, откуда $v = 3u$.



Силы на балку: T, $2T$, $2T$, T вверх, Mg вниз

Смысл: система даёт выигрыш в силе в три раза (тянуть нужно с силой $Mg/3$), а платим проигрышем в пути: за каждый метр подъёма балки надо вытянуть три метра нити — золотое правило механики.

Ответ. Центральный блок нужно вытягивать со скоростью $v = 3u = 3$ м/с.