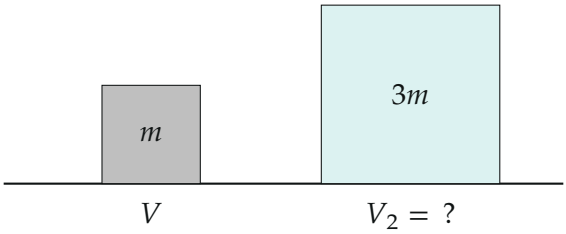
Два тела разной плотности

Задача 1. [Росатом 2025/26, отборочный этап, 8 класс, задача 1] «Два тела разной плотности».

Тело массой $m = 100$ г имеет объём $V = 10$ см^3. Какой объём имеет другое тело массой $3m$, если оно изготовлено из материала с вдвое меньшей плотностью? Будут ли эти тела плавать в жидкости с плотностью $\rho_0 = 8$ г/см^3?



Поясняющий рисунок: два тела, объём второго нужно найти

▲ **Решение. Что происходит.** Плотность — масса, делённая на объём. Объём второго тела найдём по его массе и плотности, а вопрос о плавании решает сравнение плотности тела с плотностью жидкости: тело плотнее жидкости — тонет, менее плотное — плавает.

Обозначения. m, V, ρ_1 — масса, объём и плотность первого тела; $3m$, V_2, ρ_2 — у второго; $\rho_0 = 8$ г/см^3 — плотность жидкости.

1. Плотности тел. Плотность первого тела по определению

$$\rho_1 = \frac{m}{V} = \frac{100\text{ г}}{10\text{ см}^3} = 10\text{ г/см}^3.$$

По условию материал второго тела вдвое менее плотный:

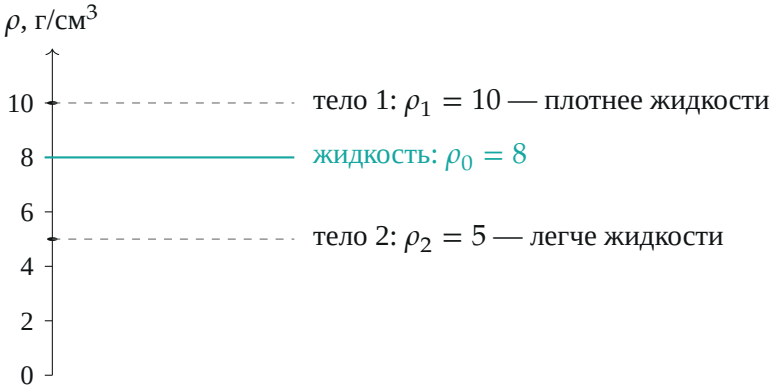
$$\rho_2 = \frac{\rho_1}{2} = 5\text{ г/см}^3.$$

2. Объём второго тела. Объём — масса, делённая на плотность:

$$V_2 = \frac{3m}{\rho_2} = \frac{3m}{\rho_1/2} = 6\,\frac{m}{\rho_1} = 6V = 60\text{ см}^3.$$

Масса втрое больше, плотность вдвое меньше — объём вырос в $3 \cdot 2 = 6$ раз.

3. Плотности на одной шкале. Расставим на оси плотности оба тела и жидкость.



Выше линии жидкости лежит тело, которое тонет, ниже — которое плавает

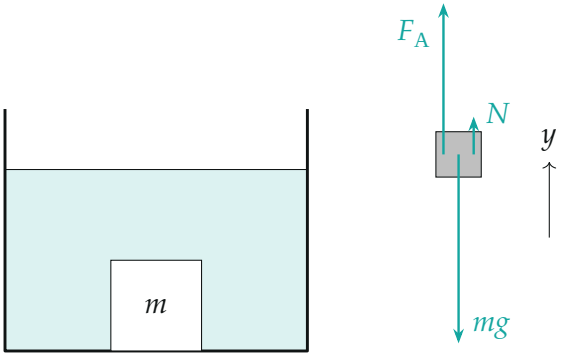
4. Почему плотность решает вопрос. Полностью погружённое тело объёма U вытесняет жидкость того же объёма, и сила Архимеда $\rho_0 g U$ тянет его вверх, а сила тяжести $\rho g U$ — вниз. Результирующая сила $(\rho_0 - \rho) g U$ направлена вверх, только если $\rho < \rho_0$.

Обратите внимание: массу тела сравнивать с жидкостью бессмысленно — у второго тела масса втрое больше, но оно плавает, а первое тонет. Решает плотность.

Тело 1 ($\rho_1 = 10 > \rho_0 = 8$). Запишем второй закон Ньютона для покоящегося тела на дне в проекции на ось y вверх: сила Архимеда, сила тяжести и реакция дна N в сумме дают нуль. Числа ($g = 10$ м/с^2, $V = 10^{-5}$ м^3):

$$mg = 1 \text{ Н},$$
$$F_A = \rho_0 g V = 8000 \cdot 10 \cdot 10^{-5} = 0{,}8 \text{ Н},$$
$$N = mg - F_A = 0{,}2 \text{ Н}.$$

Сила Архимеда меньше веса, дно должно «добавить» 0,2 Н, тело лежит на дне — утонуло.

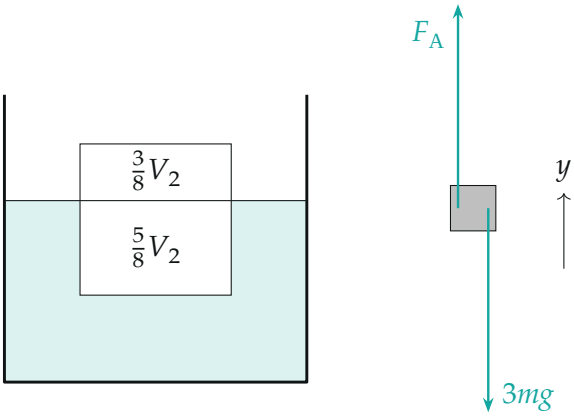


Тело 1 на дне: слева сосуд, справа схема сил на тело (длины — по модулю: $mg = 1$ Н, $F_A = 0{,}8$ Н, $N = 0{,}2$ Н)

Тело 2 ($\rho_2 = 5 < \rho_0 = 8$). Если погрузить его целиком, сила Архимеда $\rho_0 g V_2 = 4{,}8$ Н окажется больше веса $3mg = 3$ Н — тело всплывёт. Оно остановится, когда сила Архимеда от погружённой части $V_\text{п}$ сравняется с весом:

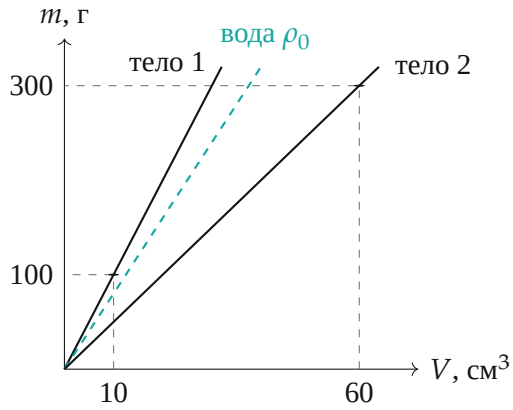
$$\rho_0 g V_\text{п} = \rho_2 g V_2 \quad \Longrightarrow \quad V_\text{п} = \frac{\rho_2}{\rho_0} V_2 = \frac{5}{8} \cdot 60 \text{ см}^3 = 37{,}5 \text{ см}^3.$$

Погружено $5/8$ объёма, остальные $3/8$ выступают над водой: тело плавает.



Тело 2 плавает: $F_A = 3mg = 3$ Н, под водой 37,5 из 60 см^3 (длины стрелок — по модулю)

Второй способ: график. Масса однородного тела пропорциональна объёму, $m = \rho V$, и плотность — наклон прямой $m(V)$. Прямая жидкости (масса вытесненной ею воды того же объёма) лежит между прямыми тел: тело 1 круче жидкости — плотнее, тело 2 положе — легче.



Графики $m(V)$ для тела 1 ($\rho_1 = 10$), жидкости ($\rho_0 = 8$) и тела 2 ($\rho_2 = 5$); точки — данные условия и найденный объём

Проверка. Объём вторым способом: $V_2 = \dfrac{3m}{\rho_2} = \dfrac{300\ \text{г}}{5\ \text{г/см}^3} = 60\ \text{см}^3$ — совпало. Размерность: г / (г/см^3) = см^3. Смысл: у тела с вдвое меньшей плотностью объём при втрое большей массе вырос в шесть раз; чем рыхлее вещество, тем легче оно держится на воде.

Ответ. $V_2 = 6V = 60$ см^3; первое тело (плотность 10 г/см^3) утонет, второе (плотность 5 г/см^3) будет плавать.