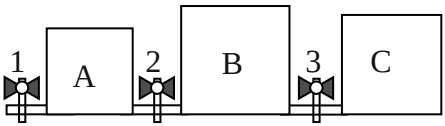
Три сосуда, краны и воздух

Задача 4. [Росатом 2025/26, отборочный этап, 8 класс, задача 4] Три сосуда A, B и C соединены двумя трубками с кранами 2 и 3. Сосуд A сообщается с атмосферой через трубку с краном 1. Все краны закрыты, из сосудов откачан воздух. Если открыть кран 1, в сосуде A окажется масса воздуха m. Если теперь закрыть кран 1 и открыть кран 2, в сосуде B окажется масса воздуха $\frac{7m}{9}$. Если теперь открыть кран 3 (не меняя положения других кранов), в сосуде C окажется масса воздуха $\frac{m}{4}$. Какая масса воздуха будет в сосудах A, B и C, если открыть все три крана?



▲ **Решение.** **Что происходит.** Когда сосуды соединены, воздух растекается по ним так, что давление и плотность везде одинаковы, поэтому масса воздуха в каждом сосуде пропорциональна его объёму. Закрытый кран запирает воздух, открытый — выравнивает. Из двух данных в условии разделений массы m можно найти отношения объёмов сосудов. А когда открыты все три крана и кран 1 тоже, воздух в сосудах ничем не отличается от атмосферного: его плотность та же, что была в самом первом опыте в сосуде A. Главная идея: масса = плотность × объём, плотность на каждом этапе известна из того, что сделали с кранами.

Обозначения. V_A, V_B, V_C — объёмы сосудов (трубки считаем пренебрежимо малыми), ρ_0 — плотность атмосферного воздуха. Температуру считаем неизменной.

1. Первый опыт: кран 1 открыт, краны 2 и 3 закрыты. Сосуд A сообщается с атмосферой, поэтому воздух в нём имеет атмосферную плотность ρ_0:

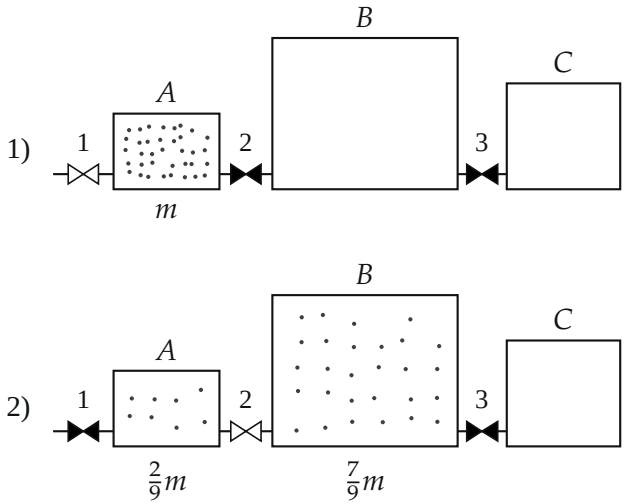
$$m = \rho_0 V_A.$$

2. Второй опыт: кран 1 закрыт, кран 2 открыт. Масса m осталась запертой в системе $A + B$ и растеклась по ней с одинаковой плотностью.

Доля массы в сосуде равна доле его объёма:

$$m_B = \frac{V_B}{V_A + V_B}\, m = \frac{7}{9}\, m.$$

Отсюда $9V_B = 7V_A + 7V_B$, то есть $V_B = \dfrac{7}{2}\, V_A$. В сосуде A осталось $2m/9$.



Этапы 1 и 2: на первом краны 2 и 3 закрыты, воздух только в A; на втором кран 1 закрыт, а 2 открыт, и масса m делится между A и B (светлый кран открыт, тёмный закрыт; число точек соответствует массе, плотность точек — плотности воздуха)

3. Третий опыт: кран 1 закрыт, краны 2 и 3 открыты. Та же масса m распределилась уже по трём сосудам:

$$m_C = \frac{V_C}{V_A + V_B + V_C}\, m = \frac{1}{4}\, m \quad \Rightarrow \quad 4V_C = V_A + \frac{7}{2} V_A + V_C.$$

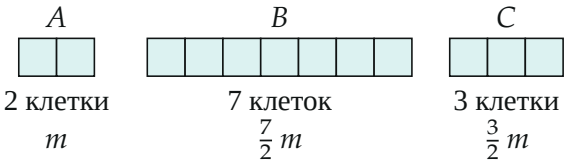
Отсюда $3V_C = \frac{9}{2} V_A$, то есть

$$V_C = \frac{3}{2}\, V_A.$$

Объёмы относятся как $V_A : V_B : V_C = 1 : \frac{7}{2} : \frac{3}{2} = 2 : 7 : 3$, а весь объём равен $6V_A$. Плотность воздуха теперь $m/(6V_A) = \rho_0/6$: он разрежен в шесть раз по сравнению с атмосферным. Массы в сосудах: $m/6$, $7m/12$, $m/4$.

4. Все краны открыты. Теперь система соединена с атмосферой, и воздух в сосудах получает атмосферную плотность ρ_0: недостающий воздух входит через кран 1. Масса воздуха в сосуде равна $\rho_0 V$, поэтому она пропорциональна объёму, а в сосуде A равна $\rho_0 V_A = m$ (первый пункт). Для B и C масса во столько же раз больше m, во сколько их объём больше V_A:

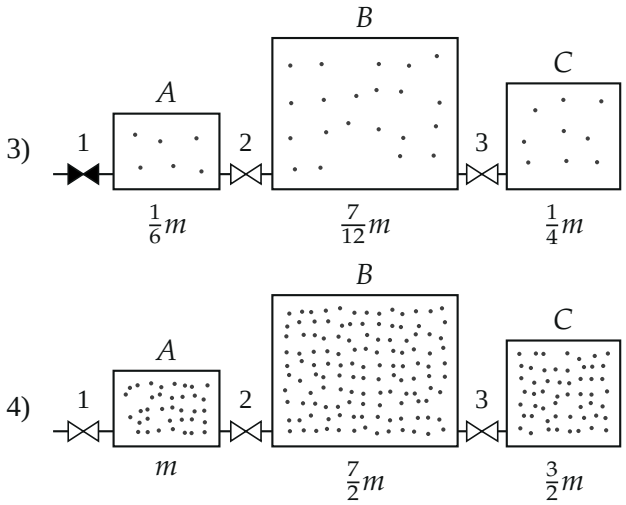
$$M_A = m, \qquad M_B = \rho_0 V_B = \frac{7}{2}\,m, \qquad M_C = \rho_0 V_C = \frac{3}{2}\,m.$$



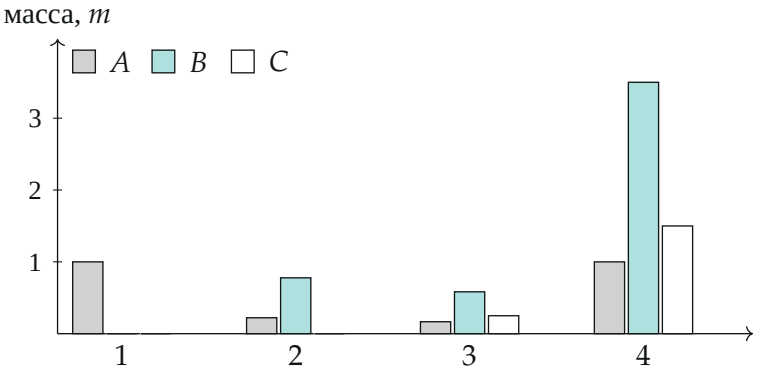
Объёмы сосудов в клетках по $V_A/2$: 2 : 7 : 3. При атмосферной плотности в клетке $m/2$ воздуха, поэтому массы относятся так же

Обратите внимание: на последнем этапе масса воздуха не остаётся равной m. Кран 1 открыт, воздух поступает из атмосферы, и в трёх сосудах оказывается $6m$, а не m. Если разделить прежнюю массу m по объёмам ($m/6$, $7m/12$, $m/4$), получится ответ для третьего опыта, а не для вопроса задачи.

Второй способ (давление). В третьем опыте плотность воздуха $\rho_0/6$, давление $p_0/6$ (температура та же). Когда открыли кран 1, давление выросло до атмосферного, то есть в шесть раз, а плотность воздуха в каждом сосуде выросла во столько же раз при том же объёме. Значит, и каждая масса выросла в 6 раз: $m/6 \to m$, $7m/12 \to 7m/2$, $m/4 \to 3m/2$ — тот же ответ.



Этапы 3 и 4: на третьем краны 2 и 3 открыты, кран 1 закрыт, воздух разрежен в 6 раз; на четвёртом открыты все краны, воздух имеет атмосферную плотность



Масса воздуха в сосудах на четырёх этапах (в единицах m): на первых трёх воздух только перераспределяется, и сумма масс равна m; на четвёртом вошёл воздух из атмосферы, сумма стала $6m$

Проверка. Сумма масс на последнем этапе $m + \frac{7}{2}m + \frac{3}{2}m = 6m$, а $\rho_0(V_A + V_B + V_C) = \rho_0 \cdot 6V_A = 6m$ — совпало. Размерность: масса получена как плотность на объём, отношения безразмерны. Предел: если

бы сосудов B и C не было ($V_B = V_C = 0$), в сосуде A осталась бы масса m. Смысл: сосуд B втрое с половиной больше A, и атмосферный воздух заполнил его такой же массой больше в 3,5 раза.

Ответ. $M_A = m$, $M_B = \dfrac{7}{2}\,m$, $M_C = \dfrac{3}{2}\,m$.