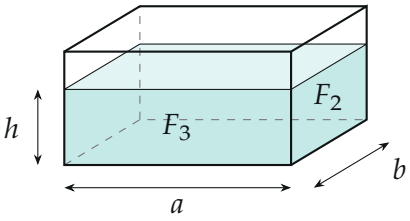
Давление воды на стенки аквариума

Задача 3. [Росатом 2025/26, отборочный этап, 9 класс, задача 3] «Давление воды на стенки аквариума».

В прямоугольный аквариум налито некоторое количество воды. В результате сила давления воды на дно аквариума составляет $F_1 = 60$ Н, на меньшую из боковых стенок, длина которой $b = 20$ см, сила давления воды составляет $F_2 = 10$ Н. Найти силу давления воды на бóльшую из боковых стенок. Плотность воды $\rho = 1$ г/см^3 и ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2 известны. Атмосферным давлением пренебречь.

▲ **Решение. Что происходит.** Давление воды растёт с глубиной: на глубине y оно равно $\rho g y$. На дно вода давит везде одинаково (глубина h у всех точек), поэтому сила — давление на площадь дна. На вертикальную стенку давление меняется от нуля у поверхности до $\rho g h$ у дна, поэтому сила считается через среднее давление. Данных две силы (F_1, F_2) и ширина b, неизвестны глубина h и длина дна a; найдя их, получим третью силу.

Обозначения. h — глубина воды, a — длина дна, $b = 20$ см — ширина дна (длина меньшей стенки), $a > b$. Стенка шириной b — меньшая, давит с силой F_2; стенка шириной a — большая, сила F_3 (искомая).



Поясняющий рисунок: аквариум, вода глубиной h, дно $a \times b$. Передняя стенка (ширина a) — бóльшая, боковая (ширина b) — меньшая

1. Сила на дно. Давление у дна $p = \rho g h$ одно для всех точек дна, площадь дна ab:

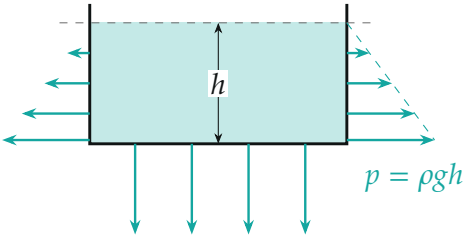
$$F_1 = \rho g h \cdot ab. \qquad (1)$$

2. Сила на боковую стенку. Давление на глубине y равно $\rho g y$. Разобьём стенку шириной w на горизонтальные полоски высотой dy: на полоску действует $dF = \rho g y \cdot w\,dy$. Сложим от поверхности до дна (y от 0 до h):

$$F = \int_0^h \rho g\, y\, w\, dy = \frac{1}{2}\rho g h^2 w.$$

Это то же, что среднее давление $\frac{1}{2}\rho g h$ (полусумма нуля и $\rho g h$, закон линейный) на площадь стенки hw. Для меньшей стенки $w = b$, для большей $w = a$:

$$F_2 = \frac{1}{2}\rho g h^2 b, \qquad F_3 = \frac{1}{2}\rho g h^2 a. \tag{2}$$



Вид сбоку (поперечное сечение). Давление на стенки растёт с глубиной — длины стрелок пропорциональны глубине, штриховая линия — «эпюра» давления (треугольник); на дно давление везде $\rho g h$ — стрелки равной длины

3. Глубина воды. Неизвестное a есть в (1), но нет в F_2. Из второго уравнения (2) находим h:

$$h = \sqrt{\frac{2F_2}{\rho g\, b}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{1000 \cdot 10 \cdot 0{,}2}} = \sqrt{0{,}01} = 0{,}1 \text{ м}.$$

4. Длина дна. Из (1):

$$a = \frac{F_1}{\rho g\, h\, b} = \frac{60}{1000 \cdot 10 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}2} = 0{,}3 \text{ м}.$$

Проверим условие: $a = 30$ см $> b = 20$ см, стенка шириной b действительно меньшая.



Почему множитель $\frac{1}{2}$: сила на стенку — площадь эпюры давления, умноженная на ширину стенки. Треугольник (слева) имеет вдвое меньшую площадь, чем прямоугольник $\rho g h \times h$; то же самое даёт равномерное давление $\frac{1}{2}\rho g h$ (справа)

5. Сила на большую стенку.

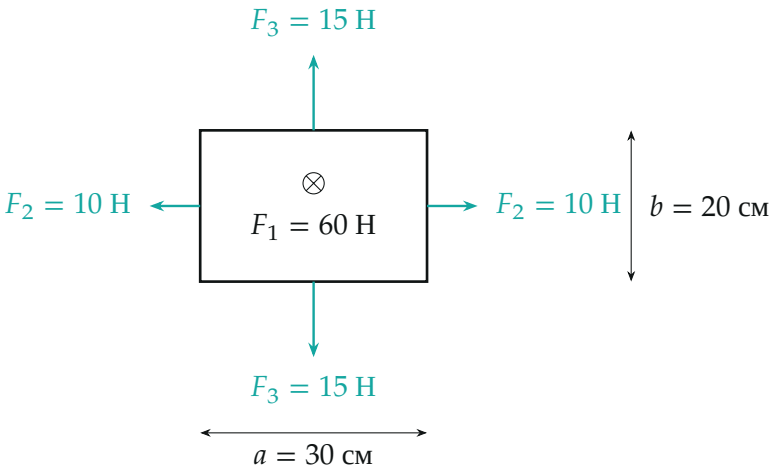
$$F_3 = \frac{1}{2}\rho g h^2 a = \frac{1}{2}\cdot 1000 \cdot 10 \cdot 0{,}1^2 \cdot 0{,}3 = 15\ \text{Н}.$$

6. Второй способ — через отношения. Разделим (2) для большей стенки на (1):

$$\frac{F_3}{F_1} = \frac{\frac{1}{2}\rho g h^2 a}{\rho g h\, ab} = \frac{h}{2b} \quad \Rightarrow \quad F_3 = \frac{0{,}1}{2\cdot 0{,}2}\cdot 60\ \text{Н} = 15\ \text{Н}.$$

Ещё короче: обе боковые стенки одной высоты и под одним давлением, поэтому силы относятся как ширины: $F_3/F_2 = a/b = 30/20 = 1{,}5$, откуда $F_3 = 1{,}5 \cdot 10\ \text{Н} = 15\ \text{Н}$.

Обратите внимание. Нельзя брать давление у дна $\rho g h$ на всю стенку: это завысило бы силу вдвое. У поверхности давление нулевое (атмосферное не учитываем), и стенка нагружена слабее дна.



Результат в масштабе для стенок: вид сверху на аквариум, силы на боковые стенки (стрелки наружу, масштаб 1 см = 15 Н) и на дно (⊗ — вниз, не в масштабе)

Проверка. Размерность: $\rho g h \cdot ab = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м} \cdot \text{м}^2 = \text{Н}$, верно. Сила на дно равна весу воды в прямоугольном аквариуме: $\rho g V = 1000 \cdot 10 \cdot (0{,}3 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}1) = 60$ Н — ровно F_1, так и должно быть.

Ответ. $F_3 = 15$ Н.