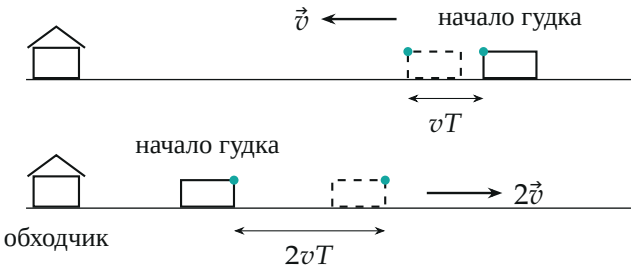
Гудки движущегося поезда

Задача 3. [Росатом 2025/26, отборочный этап, 9 класс, задача 3] Поезд издаёт протяжные гудки. Если поезд движется к станции со скоростью v, то находящийся на станции обходчик путей слышит гудки продолжительностью T_1. Если поезд движется от станции со скоростью $2v$, то обходчик путей слышит гудки продолжительностью T_2. Какова продолжительность гудков, которую слышит машинист поезда?

▲ **Решение. Что происходит.** Начало гудка и его конец поезд излучает в разных местах: пока гудит, он успевает приблизиться к станции или удалиться от неё. Звук конца гудка проходит до обходчика меньший или больший путь, чем звук начала, поэтому обходчик слышит гудок короче или длиннее, чем он звучал на самом деле. Машинист едет вместе с гудком: расстояние от гудка до него не меняется, и он слышит гудок ровно так, как тот был излучён. Главная идея: записать длительность для обходчика через длительность излучения T и скорость звука, а потом исключить скорость звука.

Обозначения. T — длительность гудка у машиниста, она же искомая длительность излучения; c — скорость звука относительно воздуха (воздух неподвижен, и звук от любого источника идёт в нём со скоростью c, не зависящей от скорости источника); l — расстояние от поезда до станции в момент начала гудка. Время отсчитываем от начала гудка.



Положения поезда в начале гудка (сплошной контур) и в его конце (пунктир); бирюзовая точка — гудок; вверху поезд идёт к станции, внизу от неё

1. Машинист. Гудок и машинист неподвижны относительно друг друга: расстояние между ними не меняется, и звук начала и конца гудка

идёт к машинисту одно и то же время. Поэтому машинист слышит гудок длительностью T. Теперь T нужно найти из данных обходчика.

2. Поезд идёт к станции со скоростью v. Звук начала гудка выходит с расстояния l и доходит до обходчика за время l/c. Конец гудка излучается через время T, когда поезд приблизился на vT и находится на расстоянии $l - vT$; звук придёт в момент

$$T + \frac{l - vT}{c}.$$

Длительность для обходчика — разность моментов прихода конца и начала:

$$T_1 = T + \frac{l - vT}{c} - \frac{l}{c} = T\left(1 - \frac{v}{c}\right).$$

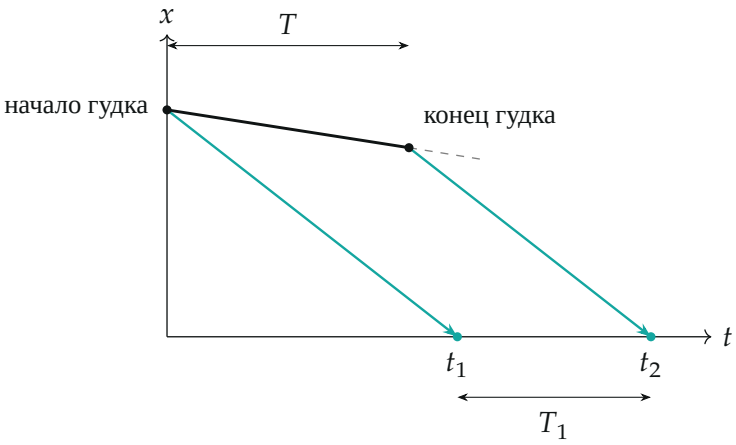
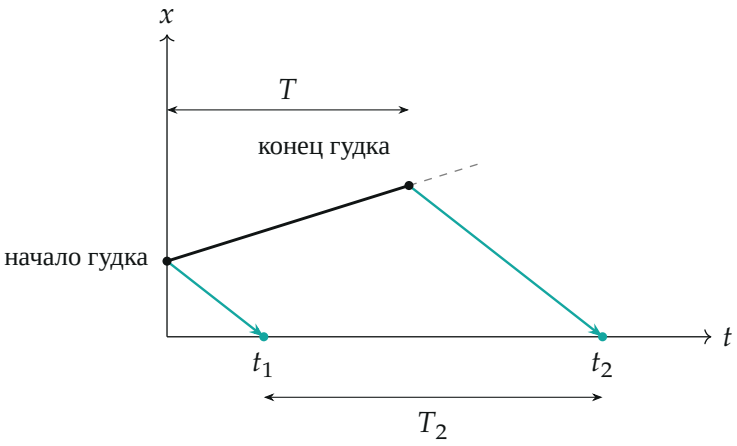


Диаграмма «расстояние до станции x — время t» для поезда, идущего к станции (скорость звука на рисунке условно в 5 раз больше v): чёрная линия — поезд, пока гудит; бирюзовые — звук начала и конца гудка; $T_1 = t_2 - t_1$

3. Поезд идёт от станции со скоростью $2v$. Рассуждение то же, но к концу гудка поезд оказывается дальше на $2vT$:

$$T_2 = T + \frac{l + 2vT}{c} - \frac{l}{c} = T\left(1 + \frac{2v}{c}\right).$$



То же для поезда, идущего от станции со скоростью $2v$: линия поезда идёт круче, звук конца гудка запаздывает сильнее, поэтому $T_2 > T$

4. Исключаем скорость звука. Скорость звука c в условии не дана, значит, она должна уйти. Из первого равенства $\frac{v}{c} = 1 - \frac{T_1}{T}$. Подставим во второе:

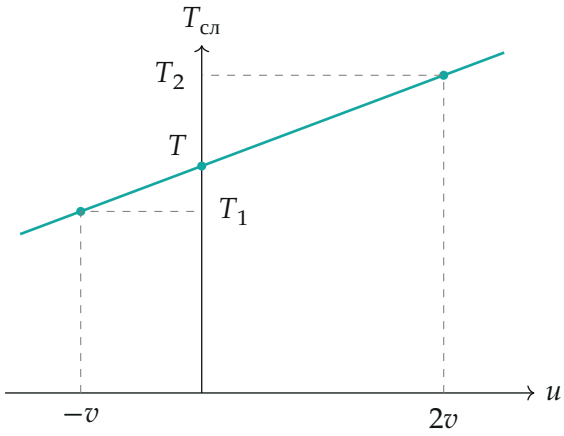
$$T_2 = T\left(1 + 2\left(1 - \frac{T_1}{T}\right)\right) = 3T - 2T_1.$$

Отсюда

$$T = \frac{2T_1 + T_2}{3}.$$

Обратите внимание: ни c, ни v в ответ не входят — условие сформулировано так, что они сокращаются. Если бы поезд шёл от станции тоже со скоростью v, ответ был бы $T = (T_1 + T_2)/2$.

Второй способ (линейность). Длительность гудка у неподвижного наблюдателя $T_{\text{сл}} = T(1 + u/c)$, где u — скорость удаления поезда от станции (при движении к станции $u < 0$). Это прямая линия по u с значением T при $u = 0$. Известны две её точки: $u = -v$ даёт T_1 и $u = 2v$ даёт T_2. Значение при $u = 0$ лежит между ними на расстоянии v от первой точки и $2v$ от второй, то есть делит отрезок в отношении 1:2; поэтому $T = T_1 + \frac{1}{3}(T_2 - T_1) = \frac{2T_1 + T_2}{3}$.



Длительность гудка для обходчика как функция скорости удаления поезда: прямая через точки $(-v,\ T_1)$ и $(2v,\ T_2)$; T — её значение при $u = 0$ (для рисунка взято $v/c = 0{,}2$)

Проверка. Размерность: все слагаемые — времена. Предел: при $v \to 0$ получаем $T_1 = T_2 = T$, и формула даёт $T = (2T + T)/3 = T$. Числовая проверка: при $v/c = 0{,}2$ и $T = 1$ с имеем $T_1 = 0{,}8$ с, $T_2 = 1{,}4$ с, и $(2 \cdot 0{,}8 + 1{,}4)/3 = 1$ с. Ещё одна проверка смысла: ответ — среднее взвешенное T_1 и T_2, поэтому он лежит между ними, $T_1 < T < T_2$, как и положено (к станции короче, от станции длиннее). Смысл: у машиниста гудок звучит как излучён, а у обходчика он «сжат» при приближении и «растянут» при удалении — это эффект Доплера.

Ответ. Машинист слышит гудок длительностью $T = \dfrac{2T_1 + T_2}{3}$.