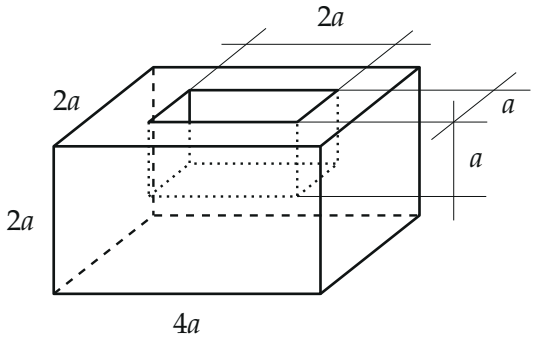
Стеклянный блок с полостью и ртутью

Задача 1. [Росатом 2025/26, 7 класс, задача 1] Кусок стекла в форме прямоугольного параллелепипеда с размерами $2a \times 4a \times 2a$ имеет внутреннюю полость в форме прямоугольного параллелепипеда с размерами $a \times 2a \times a$ (см. рисунок; $a = 3$ см). Когда полость заполнили доверху ртутью, полная масса куска стекла с ртутью оказалась равной $M = 1720$ г. Найти плотность стекла, если плотность ртути известна и равна $\rho = 13{,}6$ г/см^3.



Стеклянный параллелепипед $2a \times 4a \times 2a$ с полостью $a \times 2a \times a$

▲ **Решение. Что происходит.** Кусок состоит из двух веществ: стекла и ртути. Масса тела равна сумме масс его частей, а масса каждой части — плотность, умноженная на объём. Масса ртути известна (полость заполнена доверху, значит, объём ртути равен объёму полости). Стекла в куске меньше, чем в сплошном параллелепипеде: на месте полости стекла нет. Остаётся найти объём стекла, и плотность выйдет из полной массы.

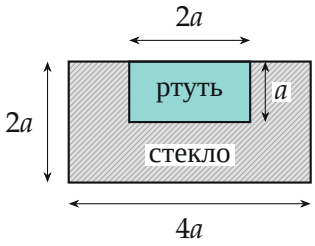
Обозначения. $V_{\text{бл}}$ — объём всего параллелепипеда вместе с полостью, $V_{\text{п}}$ — объём полости, $V_{\text{ст}}$ и $V_{\text{рт}}$ — объёмы стекла и ртути, $\rho_{\text{ст}}$ — искомая плотность стекла, $\rho = \rho_{\text{рт}}$ — плотность ртути, $m_{\text{ст}}$ и $m_{\text{рт}}$ — массы стекла и ртути.

1. Объёмы. Объём прямоугольного параллелепипеда равен произведению трёх рёбер:

$$V_{\text{бл}} = 2a \cdot 4a \cdot 2a = 16a^3, \qquad V_{\text{п}} = a \cdot 2a \cdot a = 2a^3.$$

Полость заполнена ртутью доверху, поэтому $V_{рт} = V_{п} = 2a^3$. Стекло занимает весь параллелепипед, кроме полости:

$$V_{ст} = V_{бл} - V_{п} = 16a^3 - 2a^3 = 14a^3.$$



Разрез параллелепипеда плоскостью, проходящей через середину полости: заштриховано стекло, ртуть залита доверху

2. Массы. Масса вещества — его плотность, умноженная на объём. Ртуть: $m_{рт} = \rho V_{рт} = 2a^3\rho$. Стекло: $m_{ст} = \rho_{ст} V_{ст} = 14a^3\rho_{ст}$.

3. Полная масса. Масса куска со ртутью складывается из масс обеих частей:

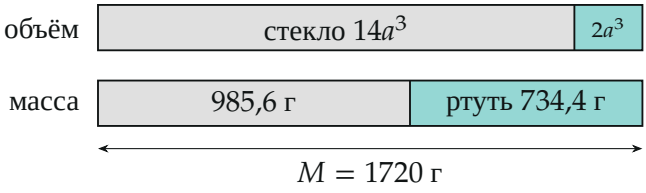
$$M = m_{ст} + m_{рт} = 14a^3\rho_{ст} + 2a^3\rho.$$

Выражаем плотность стекла:

$$\rho_{ст} = \frac{M - 2a^3\rho}{14a^3} = \frac{M}{14a^3} - \frac{\rho}{7}.$$

4. Числа. $a^3 = 27$ см^3, поэтому $V_{ст} = 14a^3 = 378$ см^3, $V_{рт} = 2a^3 = 54$ см^3. Масса ртути $m_{рт} = 54 \cdot 13{,}6 = 734{,}4$ г, масса стекла $m_{ст} = 1720 - 734{,}4 = 985{,}6$ г. Плотность стекла

$$\rho_{ст} = \frac{985{,}6\text{ г}}{378\text{ см}^3} \approx 2{,}61\text{ г/см}^3.$$



Ртути по объёму мало (в семь раз меньше стекла), а по массе — почти столько же, сколько стекла: она в 5 раз плотнее

Обратите внимание.

- Объём стекла — $14a^3$, а не $16a^3$: на месте полости стекла нет, её объём надо вычесть.
- Из полной массы M вычитается только масса ртути; плотность стекла находят делением массы *стекла* на объём *стекла*, а не на $V_{\text{бл}}$.

Проверка.

- Размерность: $M/(14a^3)$ — г/см^3, и $\rho/7$ — тоже.
- Если бы полость была пустой ($\rho = 0$), получилось бы $\rho_{\text{ст}} = M/(14a^3)$: вся масса приходится на стекло объёмом $14a^3$.
- Подстановка: $2{,}61 \cdot 378 \approx 986$ г $+ 734$ г ≈ 1720 г — совпадает с M. Значение 2,6 г/см^3 соответствует обычному стеклу.

Смысл: ртуть почти в пять раз плотнее стекла, поэтому небольшая полость заметно утяжеляет кусок, и без учёта ртути плотность стекла получилась бы завышенной ($1720/378 \approx 4{,}55$ г/см^3 — нереально много для стекла).

Ответ. $\rho_{\text{ст}} = \dfrac{M}{14a^3} - \dfrac{\rho}{7} \approx 2{,}61$ г/см^3.