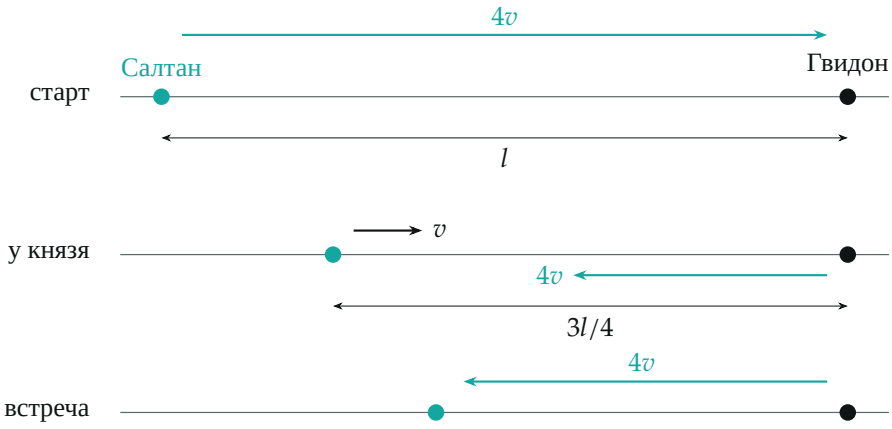
Гонцы царя Салтана

Задача 1. [Росатом 2025/26, 7 класс, задача 2] Царь Салтан на корабле плывёт в гости к князю Гвидону. С интервалами времени Δt он посылает гонцов на быстроходных катерах сообщить князю, где он в данный момент находится. Передав эту информацию, гонцы возвращаются назад к кораблю царя Салтана. Считая, что корабль царя Салтана плывёт с постоянной скоростью v, гонцы и туда и обратно плывут с постоянной скоростью $4v$, найти интервалы времени между возвращениями гонцов. Считать, что гонцы, доехав до князя Гвидона, мгновенно разворачиваются и едут назад.

▲ **Решение.** **Что происходит.** Корабль всё время приближается к князю, поэтому каждый следующий гонец стартует с расстоянием на $v\,\Delta t$ меньше, чем предыдущий, и его круговой рейс короче. Главное — найти, как время рейса зависит от начального расстояния до князя. Дальше достаточно сравнить два соседних гонца.

Обозначения. Все скорости отсчитываем от берега (от Гвидона). l — расстояние от корабля до князя в момент старта первого гонца, $T(l)$ — время рейса гонца, стартующего при расстоянии l (от старта до встречи с кораблём), $\Delta\tau$ — искомый интервал между возвращениями.



Три момента одного рейса (масштаб условный): старт, поворот у князя (корабль прошёл $l/4$), встреча

1. Время рейса одного гонца. Пусть гонец стартует, когда до князя l. Он идёт к нему с постоянной скоростью $4v$ и приходит через время

$$t_1 = \frac{l}{4v}.$$

За это время корабль проходит $v\,t_1 = l/4$ и остаётся на расстоянии $l - l/4 = 3l/4$ от князя, где разворачивается гонец. Теперь гонец идёт к кораблю, а корабль — навстречу ему, так что расстояние $3l/4$ сокращается со скоростью сближения $4v + v = 5v$:

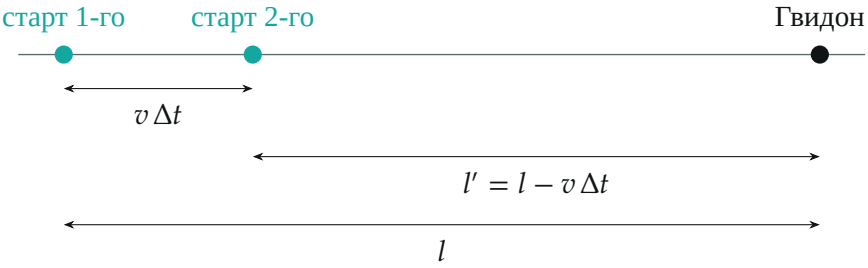
$$t_2 = \frac{3l/4}{5v} = \frac{3l}{20v}.$$

Весь рейс от старта до встречи с кораблём:

$$T(l) = t_1 + t_2 = \frac{l}{4v} + \frac{3l}{20v} = \frac{2l}{5v}.$$

2. Второй гонец. Он стартует через Δt после первого. За это время корабль проплыл $v\,\Delta t$, поэтому расстояние до князя стало $l' = l - v\,\Delta t$. Формула из п. 1 верна при любом начальном расстоянии, значит

$$T(l') = \frac{2(l - v\,\Delta t)}{5v} = \frac{2l}{5v} - \frac{2}{5}\Delta t.$$



Где был корабль в моменты старта двух соседних гонцов: за Δt он приблизился к князю на $v\,\Delta t$

3. Моменты возвращения. Отсчитываем время от старта первого гонца. Первый вернулся в момент $T(l) = \dfrac{2l}{5v}$, второй — в момент $\Delta t + T(l') = \dfrac{2l}{5v} + \dfrac{3}{5}\Delta t$. Интервал

$$\Delta\tau = (\Delta t + T(l')) - T(l) = \Delta t - \frac{2}{5}\Delta t = \frac{3}{5}\Delta t.$$

Для третьего и следующих гонцов рассуждение то же: расстояние до князя каждый раз уменьшается на $v\,\Delta t$, а T линейно зависит от расстояния. Поэтому все интервалы между возвращениями одинаковы и равны $\frac{3}{5}\Delta t$.

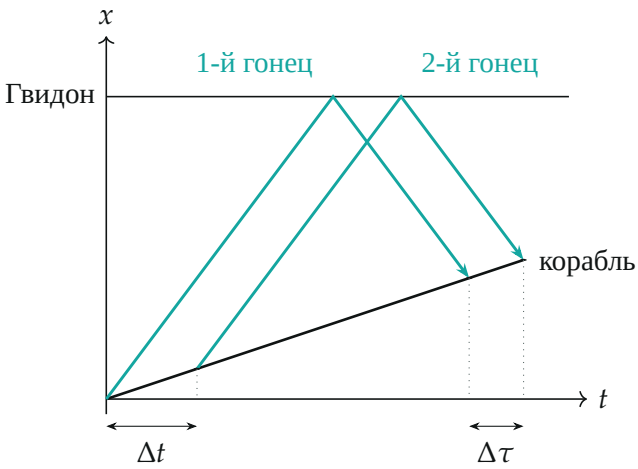


Диаграмма «положение — время» (условные числа: $v = 1$, $l = 20$, $\Delta t = 2$). Возвращаются гонцы в моменты 8 и 9,2: интервал $1{,}2 = \frac{3}{5} \cdot 2$

Обратите внимание.

- Гонцы возвращаются *чаще*, чем уходят ($\frac{3}{5}\Delta t < \Delta t$): каждого из них корабль встречает на пути, всё ближе к князю. Было бы верно $\Delta\tau = \Delta t$, если бы корабль стоял.
- Скорость гонца $4v$ — относительно берега. При встречном движении скорость сближения с кораблём $4v + v = 5v$, а при движении

к князю корабль гонцу не мешает: расстояние до князя считается от берега.

Проверка.

- Размерность: $\Delta\tau$ — время, как и Δt; коэффициент безразмерный.
- Общий случай: гонец плывёт со скоростью u. Тогда рейс и интервал равны

$$T(l) = \frac{l}{u} + \frac{l(1 - v/u)}{u + v} = \frac{2l}{u + v}, \qquad \Delta\tau = \Delta t\,\frac{u - v}{u + v}.$$

  При $u = 4v$ получаем $\frac{3}{5}\,\Delta t$. Предельные случаи разумны: при $u \to \infty$ гонцы мгновенны и $\Delta\tau \to \Delta t$; при $u \to v$ гонец не обгоняет корабль, все гонцы приходят к князю вместе с ним и возвращаются в один момент: $\Delta\tau \to 0$.
- Числа с диаграммы ($v = 1$, $l = 20$, $\Delta t = 2$): первый гонец возвращается в момент $2l/5 = 8$, второй — в $2 + 2 \cdot 18/5 = 9{,}2$, разность $1{,}2 = \frac{3}{5} \cdot 2$.

Смысл: интервал между возвращениями определяется отношением $\dfrac{u - v}{u + v}$ скоростей гонца и корабля, а не расстоянием до князя.

Ответ. $\Delta\tau = \dfrac{3}{5}\,\Delta t$.