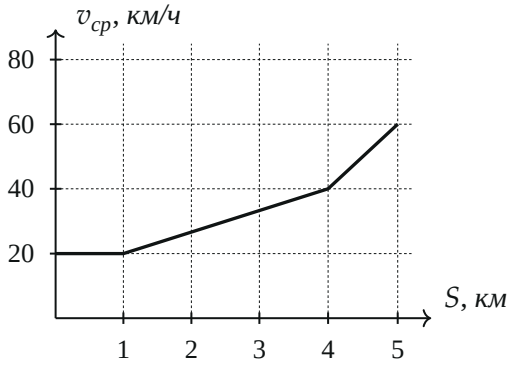
График средней скорости от пути

Задача 1. [Росатом 2025/26, 7 класс, задача 4] Незнайка выехал из Цветочного города на автомобиле и двигался по прямой дороге в сторону Солнечного города. Автомобиль выехал из города А и двигался по прямой дороге в одном направлении. На рисунке дан график зависимости средней скорости Незнайки на участке пути длиной S, отсчитанного от города А, от S. Найти среднюю скорость Незнайки на том участке пути, где его скорость изменялась.



▲ **Решение. Что происходит.** Средняя скорость на участке от старта до точки S — это путь S, делённый на всё время $t(S)$ от старта: $v_{\text{ср}}(S) = S/t(S)$. Значит, по графику можно найти время, за которое автомобиль проехал любое расстояние от старта: $t(S) = S/v_{\text{ср}}(S)$. Пока график горизонтален, средняя скорость от старта не меняется, а это значит, что скорость автомобиля постоянна. Скорость начала меняться после $S = 1$ км. Остаётся найти время на участке от 1 до 5 км и разделить на него пройденный путь.

Обозначения. S — расстояние от города А, t_1 и t_5 — время от старта до отметок 1 км и 5 км, $v_{\text{ср}}$ — искомая средняя скорость на участке между этими отметками.

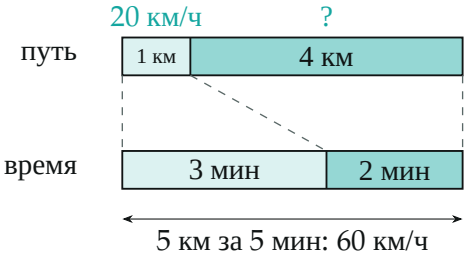
1. Первый километр. До $S = 1$ км средняя скорость от старта равна 20 км/ч при любом S. Если бы скорость на этом участке менялась, то и средняя скорость от старта менялась бы с ростом S. Значит, весь первый

километр автомобиль ехал с постоянной скоростью 20 км/ч и проехал его за

$$t_1 = \frac{1\text{ км}}{20\text{ км/ч}} = 0{,}05\text{ ч} = 3\text{ мин}.$$

2. До отметки 5 км. По графику при $S = 5$ км средняя скорость от старта равна 60 км/ч, значит

$$t_5 = \frac{5\text{ км}}{60\text{ км/ч}} = \frac{1}{12}\text{ ч} = 5\text{ мин}.$$



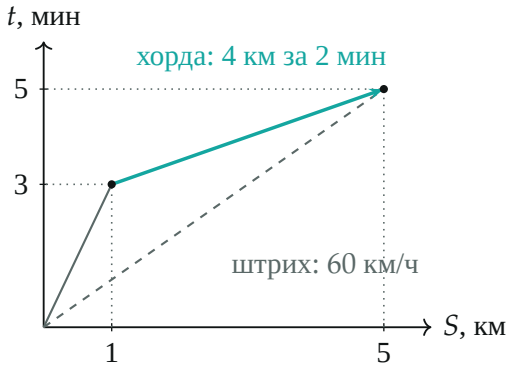
Путь и время (каждый отрезок — в своём масштабе): первый километр — 3 мин, остальные 4 км — 2 мин

3. Участок от 1 до 5 км. Путь на нём 4 км, а время — разность времён до обеих отметок:

$$t = t_5 - t_1 = 5\text{ мин} - 3\text{ мин} = 2\text{ мин} = \frac{1}{30}\text{ ч}.$$

4. Средняя скорость. Средняя скорость — весь путь на участке, делённый на всё время на нём:

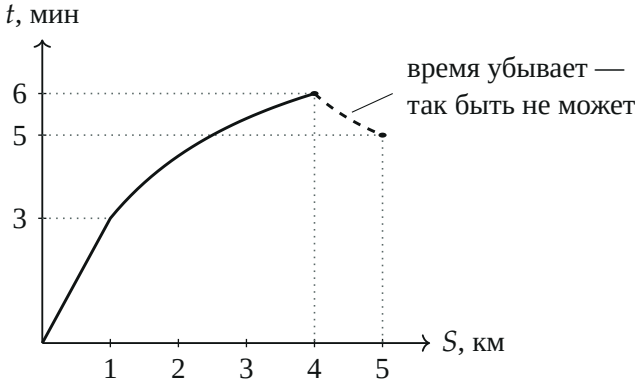
$$v_{\text{ср}} = \frac{4\text{ км}}{1/30\text{ ч}} = 120\text{ км/ч}.$$



Время от старта в двух отмеченных точках: 3 мин при $S = 1$ км и 5 мин при $S = 5$ км. Хорда между ними положе штриха, проведённого от начала: на участке 1–5 км на километр уходит меньше времени, чем в среднем за весь путь, то есть едут быстрее 60 км/ч

Обратите внимание.

- График показывает среднюю скорость *от старта до S*, а не скорость на участке и не скорость в точке. Поэтому 60 км/ч и $(20 + 60)/2 = 40$ км/ч — неверные ответы: надо считать по путям и временам.
- Для ответа нужны только значения при $S = 1$ и $S = 5$ км. Участок графика между 4 и 5 км в условии **противоречив**: по точке $S = 4$ км (средняя скорость 40 км/ч) время от старта $t = 4/40$ ч $= 6$ мин, а по точке $S = 5$ км — 5 мин. На всём этом участке $v_{\text{ср}} = 20S - 40$ (км/ч), и время $t(S) = S/(20S - 40)$ *убывает* от 6 до 5 мин — так не бывает: автомобиль ехал в одну сторону, и время от старта может только расти. Опечатка, видимо, в графике; решение организаторов, как и наше, берёт только точки $S = 1$ и $S = 5$ км, они друг другу не противоречат.



Время от старта $t = S/v_{ср}$, пересчитанное по всему графику условия: до 4 км оно растёт, а на участке 4–5 км (штрих) убывает с 6 до 5 мин. Значит, этот участок графика нарисован с ошибкой; ответ опирается только на точки $S = 1$ и $S = 5$ км

Проверка.

- Размерность: путь в километрах, время в часах, скорость в км/ч.
- Складываем куски: 1 км за 3 мин и 4 км за 2 мин — всего 5 км за 5 мин, то есть 60 км/ч, как и на графике при $S = 5$ км.

Смысл: первый километр проехали медленно (20 км/ч), поэтому чтобы набрать среднюю 60 км/ч на всём пути, остальное надо ехать заметно быстрее 60 км/ч. Получилось 120 км/ч $\approx$ 33 м/с — в два раза больше.

Ответ. $v_{\text{ср}} = 120$ км/ч.