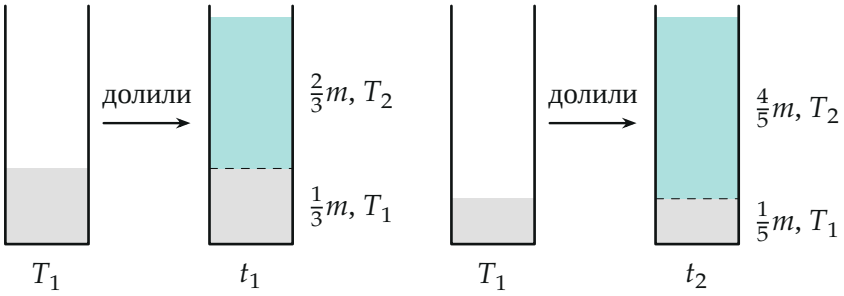
Два калориметра с горячей водой

Задача 1. [Росатом 2025/26, 8 класс, задача 3] Имеется два одинаковых теплоизолированных калориметра с пренебрежимо малой теплоёмкостью. Один из них заполнен водой комнатной температуры на одну треть, а второй — на одну пятую часть. В калориметры заливают до краёв горячую воду, в результате чего в них устанавливаются температуры $t_1 = 56°\text{C}$ и $t_2 = 64°\text{C}$. Найти комнатную температуру и температуру горячей воды. Потерями тепла пренебречь.

▲ **Решение. Что происходит.** В каждом калориметре смешиваются две порции воды: холодная (комнатной температуры) и горячая, которую доливают до краёв. Калориметр теплоизолирован и сам тепла не берёт, поэтому всё тепло, которое отдала горячая вода, получила холодная. Это уравнение теплового баланса. В двух калориметрах пропорции смеси разные, а температуры T_1 (комнатная) и T_2 (горячая вода) одни и те же. Два уравнения, две неизвестные.



Серым показана холодная вода, бирюзовым — долитая горячая. Пунктир — граница между порциями до перемешивания.

Обозначения. T_1 — комнатная температура, T_2 — температура горячей воды, m — масса воды, заполняющей калориметр целиком, c — удельная теплоёмкость воды. Масса воды пропорциональна объёму (плотность одна), поэтому в первом калориметре холодной воды $\frac{1}{3}m$, долили $\frac{2}{3}m$; во втором холодной $\frac{1}{5}m$, долили $\frac{4}{5}m$.

1. Тепловой баланс для первого калориметра. Холодная вода нагрелась от T_1 до t_1 и получила $Q_{\text{пол}} = c \cdot \frac{1}{3}m\,(t_1 - T_1)$. Горячая остыла

от T_2 до t_1 и отдала $Q_{\text{отд}} = c \cdot \frac{2}{3}m\,(T_2 - t_1)$. Потерь нет, $Q_{\text{пол}} = Q_{\text{отд}}$:

$$\tfrac{1}{3}m\,c\,(t_1 - T_1) = \tfrac{2}{3}m\,c\,(T_2 - t_1) \quad \Rightarrow \quad t_1 - T_1 = 2\,(T_2 - t_1).$$

2. Тепловой баланс для второго калориметра. Так же для $\frac{1}{5}m$ холодной и $\frac{4}{5}m$ горячей воды:

$$\tfrac{1}{5}m\,c\,(t_2 - T_1) = \tfrac{4}{5}m\,c\,(T_2 - t_2) \quad \Rightarrow \quad t_2 - T_1 = 4\,(T_2 - t_2).$$

Обратите внимание: масса m и теплоёмкость c сократились. Теплоёмкость калориметра по условию нулевая, поэтому тепло идёт только между порциями воды, и знать m и c не нужно.

3. Решаем систему. Остались две неизвестные температуры. Выразим T_1 из каждого уравнения:

$$T_1 = 3t_1 - 2T_2, \qquad T_1 = 5t_2 - 4T_2.$$

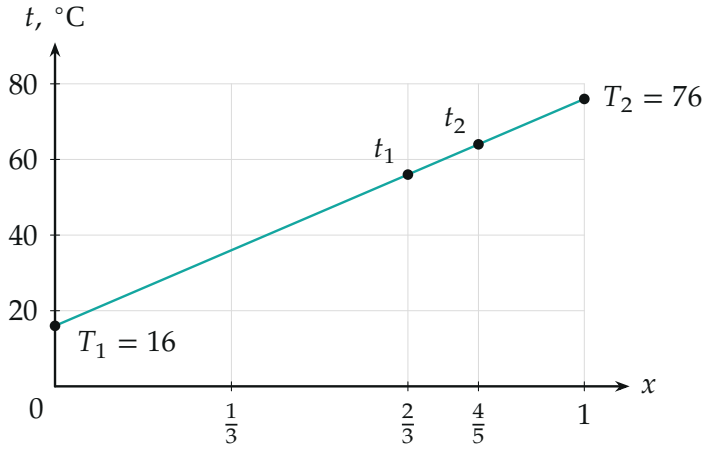
Приравняем правые части: $3t_1 - 2T_2 = 5t_2 - 4T_2$, откуда

$$T_2 = \frac{5t_2 - 3t_1}{2} = \frac{5 \cdot 64 - 3 \cdot 56}{2} = 76^\circ\text{C}.$$

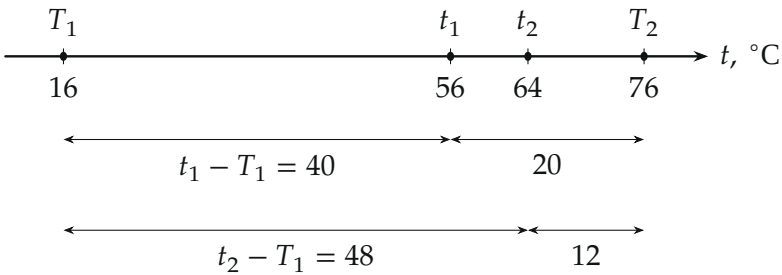
Тогда

$$T_1 = 3t_1 - 2T_2 = 6t_1 - 5t_2 = 6 \cdot 56 - 5 \cdot 64 = 16^\circ\text{C}.$$

Проверка. Подставим в баланс: $\frac{1}{3} \cdot 16 + \frac{2}{3} \cdot 76 = 56$ и $\frac{1}{5} \cdot 16 + \frac{4}{5} \cdot 76 = 64$ — сходится. Второй способ: температура смеси лежит между T_1 и T_2 и отсчитывается от T_1 пропорционально доле горячей воды: $t = T_1 + \frac{m_{\text{г}}}{m}(T_2 - T_1)$. Вычтем равенства для двух калориметров: $t_2 - t_1 = \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3}\right)(T_2 - T_1) = \frac{2}{15}(T_2 - T_1) = 8^\circ$, откуда $T_2 - T_1 = 60^\circ$; тогда $t_1 - T_1 = \frac{2}{3} \cdot 60 = 40^\circ$ и $T_1 = 16^\circ\text{C}$, $T_2 = 76^\circ\text{C}$. На графике это прямая $t(x)$, проведённая через две точки опыта:



Температура смеси t линейно зависит от доли горячей воды x: прямая через две точки опыта на краях $x = 0$ и $x = 1$ даёт T_1 и T_2.



Температуры на шкале: смесь делит отрезок T_1T_2 в отношении масс горячей и холодной воды (2 : 1 и 4 : 1).

Смысл: чем больше доля горячей воды, тем ближе смесь к T_2; обе температуры смесей (56 и 64) лежат между 16 и 76, как и должно быть.

Ответ. Комнатная температура $T_1 = 6t_1 - 5t_2 = 16°\text{C}$; температура горячей воды $T_2 = \dfrac{5t_2 - 3t_1}{2} = 76°\text{C}$.