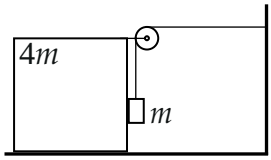
Куб с блоком на гладкой поверхности

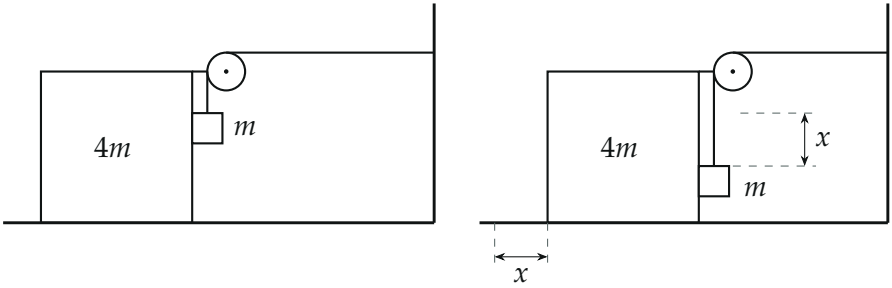
Задача 1. [Росатом 2025/26, 9 класс, задача 2] На гладкой горизонтальной поверхности находится куб массой $4m$. На верхнем ребре куба крепится блок, через который переброшена невесомая и нерастяжимая нить. Один конец нити прикреплён к вертикальной стенке, второй — к телу массой m. Участок нити от стенки до куба горизонтален. Тело практически касается вертикальной стенки куба. Вначале куб удерживают, а в некоторый момент отпускают. Найти ускорения куба и тела. Трение между всеми поверхностями отсутствует.



▲ **Решение. Что происходит.** Нить нерастяжима, один её конец закреплён на стенке. Куб едет к стенке на x — горизонтальный участок нити короче на x, вертикальный длиннее на x, и тело опускается на x относительно куба. Одновременно куб толкает тело к стенке, так что оно смещается вперёд тоже на x. Главная идея: эта связь движений плюс второй закон Ньютона для каждого тела.

Обозначения. Ось x — горизонтально к стенке, ось y — вертикально вниз; a — ускорение куба, T — натяжение нити, N — сила, с которой куб и тело давят друг на друга; x — смещение куба.

1. Связь движений. Длина нити неизменна: горизонтальный участок плюс вертикальный (плюс дуга на блоке, она не меняется). Горизонтальный участок уменьшился на x, поэтому вертикальный увеличился на x. Куб по вертикали не смещается, значит, тело опустилось на x. По горизонтали тело всё время вплотную к кубу (пока $N > 0$) и сместилось тоже на x. Отсюда для тела $a_x = a_y = a$: ускорение тела направлено под углом $45°$ вниз к горизонту, в сторону стенки.



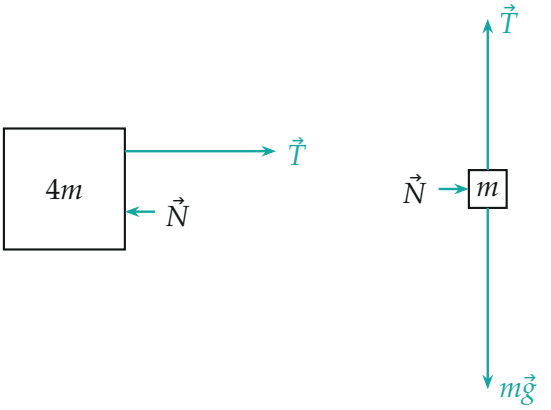
Куб сместился на x к стенке: тело вместе с ним ушло на x вправо, а вертикальный участок нити удлинился на x, и тело опустилось на x. Штриховые линии — уровень верха тела до движения и после

2. Тело. Силы на тело: тяжесть $m\vec{g}$, натяжение $\vec{T}$ вверх вдоль нити и сила $\vec{N}$ со стороны куба горизонтально. Второй закон Ньютона для тела в проекциях на оси:

$$ma = mg - T \quad (\text{ось } y), \qquad ma = N \quad (\text{ось } x).$$

3. Куб. Нить огибает блок, закреплённый на кубе, и тянет его двумя силами T: одной горизонтально к стенке (участок до стенки) и одной вертикально вниз (участок до тела). Вертикальная сила на горизонтальное движение не влияет. Обратите внимание: на блок действуют два участка нити, но горизонтально куб тянет только один из них — сила T, а не $2T$. От тела на куб действует сила N горизонтально от стенки, по третьему закону Ньютона равная по модулю силе на тело. Второй закон Ньютона для куба в проекции на ось x:

$$4ma = T - N.$$



Горизонтальные силы на куб (слева) и силы на тело (справа). Длины стрелок — по модулю: $T = 5mg/6$, $N = mg/6$, mg

4. Решение системы. Неизвестных три: a, T, N — и три уравнения. Сложим их, чтобы T и N сократились:

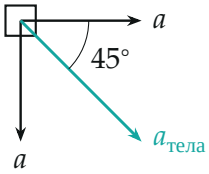
$$4ma + ma + ma = (T - N) + (mg - T) + N = mg \quad \Rightarrow \quad a = \frac{g}{6}.$$

Теперь $T = mg - ma = \dfrac{5}{6}mg$ и $N = ma = \dfrac{1}{6}mg$. Обратите внимание: $N > 0$, то есть куб действительно давит на тело, и допущение «тело едет вплотную к кубу» верно; при $N < 0$ тело отстало бы.

5. Ускорение тела. Проекции $a_x = a_y = g/6$, поэтому

$$a_{\text{тела}} = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{2}\,\frac{g}{6} \approx 0{,}24\,g,$$

вектор направлен под 45° вниз к горизонту, в сторону стенки.



Ускорение тела: горизонтальная и вертикальная проекции равны $a = g/6$

Проверка. Для куба массы M тот же ход даёт $Ma + ma + ma = mg$, то есть $a = mg/(M + 2m)$: при $M \to \infty$ ускорение стремится к нулю, при $M = 4m$ получаем $g/6$. Второй способ — закон сохранения энергии. Когда куб сместился на x, его скорость v находим из $v^2 = 2ax$, а у тела обе проекции скорости равны v. Кинетическая энергия системы равна работе силы тяжести (тело опустилось на x):

$$\frac{4mv^2}{2} + \frac{m\,(v^2 + v^2)}{2} = 3mv^2 = 6max = mgx \quad \Rightarrow \quad a = \frac{g}{6}.$$

Смысл: всю систему разгоняет только вес тела mg, а «инертная масса» вдоль движения равна $4m + m + m = 6m$ (тело движется и по горизонтали, и по вертикали, поэтому считается дважды) — отсюда $g/6$.

Ответ. Ускорение куба $a = \dfrac{g}{6}$, направлено горизонтально к стенке; ускорение тела $\dfrac{\sqrt{2}}{6}\,g$, направлено под углом 45° вниз к горизонту (в сторону стенки).