Игра стоит свеч

Задача 1. [ВсОШ 2016/17, заключительный этап, 9 класс, практический тур, задача 1] «Игра стоит свеч».

Целью исследования является определение удельной теплоты сгорания парафина, из которого изготовлена свеча.

1. Проведите эксперимент с вертушкой. Для этого установите свечу в поддон и попросите дежурного по аудитории её зажечь. Установите ветрозащитную трубу. Наденьте на острие оси вертушку. Убедитесь, что она вращается (рис.).
2. Определите время, через которое вращение вертушки выходит на установившийся режим и период её обращения перестаёт существенно меняться.
3. Снимите вертушку. Не снимая трубы, затушите свечу. Дождитесь затвердевания парафина и только после этого разберите конструкцию.
4. Определите скорость μ изменения массы свечи в процессе её горения с погрешностью не более 5%. Ответ выразите в г/час.
5. Вновь соберите конструкцию с вертушкой, заменив свечу на лампочку (рис.). Исследуйте зависимость частоты вращения вертушки от электрической мощности, потребляемой лампочкой. Постройте график полученной зависимости.





Используя результаты проведённых исследований, определите удельную теплоту сгорания парафина.

Примечания: 1. Не изменяйте угол наклона лопастей вертушки! 2. Поддон с горящей свечой или лампочкой должен располагаться на подставке с наклеенным на неё скотчем. 3. Устанавливая вертушку на острие оси, следите за тем, чтобы её плоскость была горизонтальна. 4. Установку лампочки проводите в следующей последовательности: отделите вертикальную ось вертушки от поддона, наденьте на нижнюю часть оси проволочную петлю, имеющуюся на лампочке, вновь вставьте ось в поддон и отрегулируйте положение лампочки.

Оборудование: подставка со скотчем, вертушка, свеча, поддон, ось, отрезок трубы, лампочка с проводами, регулируемый источник тока, весы, секундомер, миллиметровая бумага.

▲ **Решение. Идея опыта.** Задача класса «измерение через сравнение с эталоном». Тепловую мощность свечи напрямую не измерить, но её можно сравнить с известной. Горячий воздух от свечи поднимается по трубе (конвекция) и раскручивает вертушку; частота вращения тем больше, чем больше тепловая мощность источника. Лампочка греет воздух так же, а её мощность $N = UI$ мы знаем. Строим градуировочный график «частота — мощность» для лампочки и по частоте вертушки над свечой находим мощность свечи N_c. Масса свечи убывает со скоростью μ, и по закону сохранения энергии (вся теплота сгорания выделяется в

пламени) за время τ сгорает $\Delta m = \mu\tau$, выделяя $q\Delta m = N_c\tau$:

$$q = \frac{N_c}{\mu}.$$

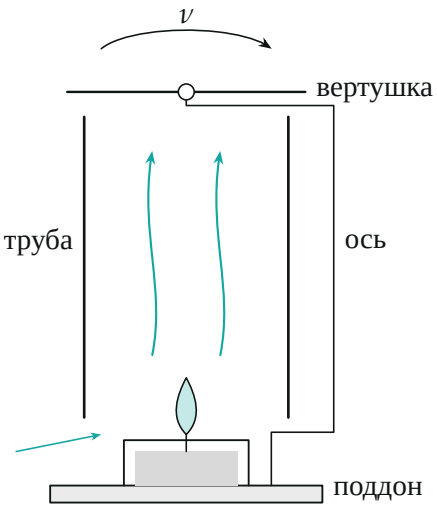

Рис. 1. Схема установки: тёплый воздух от свечи (или лампочки) поднимается по трубе и вращает вертушку с частотой ν.

1. Выход на режим. Зажигаем свечу, ставим трубу и вертушку и каждые 20–30 с измеряем секундомером время t_{10} десяти оборотов, период $T = t_{10}/10$. Сначала труба и воздух в ней прогреваются, тяга растёт, и вертушка разгоняется. Через 3–5 мин период перестаёт меняться и составляет $T = 0{,}80$–$0{,}85$ с, частота $\nu_c = 1/T = 1{,}17$–$1{,}25$ с$^{-1}$, в среднем 1,2 с$^{-1}$. Десять оборотов вместо одного берём, чтобы ошибка реакции секундомера ($\sim 0{,}2$ с) делилась на 10.

2. Скорость сгорания свечи. Абсолютная погрешность весов 0,03 г, а масса определяется разностью двух взвешиваний, то есть с ошибкой до 0,06 г. Чтобы μ было найдено с погрешностью не больше 5%, должно сгореть не меньше

$$\Delta m \geq \frac{0{,}06\text{ г}}{0{,}05} = 1{,}2\text{ г}.$$

При ожидаемых ~ 2 г/ч это 30–40 мин горения. Взвешиваем остывшую свечу, зажигаем её в той же установке (условия горения должны быть как при опыте с вертушкой), через время $\tau = 30$–40 мин гасим, даём парафину застыть и взвешиваем снова:

$$\mu = \frac{\Delta m}{\tau} = 2{,}2\text{–}2{,}6 \text{ г/ч}, \qquad \mu \approx 2{,}4 \text{ г/ч}.$$

3. Градуировка лампочкой. Ставим лампочку на место свечи, задаём источником несколько значений мощности $N = UI$ и при каждой ждём установившегося режима (те же 3–5 мин), измеряя частоту. Результаты (по данным организаторов):

N, Вт	12,0	13,4	16,5	18,3	20,8	21,5
ν, с$^{-1}$	0,605	0,625	0,730	0,813	0,870	0,893

Точки ложатся на прямую (рис. 2). Метод наименьших квадратов для $\nu = kN + b$ даёт

$$k = (0{,}0317 \pm 0{,}0016) \text{ с}^{-1}/\text{Вт}, \qquad b = (0{,}214 \pm 0{,}027) \text{ с}^{-1}.$$

Прямая не проходит через нуль: при малой мощности тяга не может преодолеть трение вертушки об острие, поэтому зависимость линейна только в рабочем диапазоне.

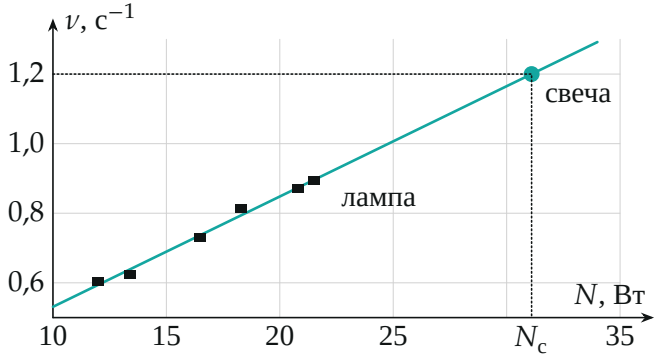

Рис. 2. Частота вращения вертушки от мощности лампочки (квадраты) и

прямая наименьших квадратов. По частоте вертушки над свечой $\nu_c = 1{,}2\ с^{-1}$ находим её мощность N_c.

4. Мощность свечи. Подставляем частоту над свечой в уравнение прямой (экстраполяция за пределы измеренного участка):

$$N_с = \frac{\nu_с - b}{k} = \frac{1{,}20 - 0{,}214}{0{,}0317} = 31\ \text{Вт}.$$

Разброс $\nu_с$ от 1,17 до 1,25 $с^{-1}$ даёт $N_с$ от 30 до 33 Вт, погрешность параметров прямой — ещё $\pm 0{,}7$ Вт; итого $N_с = (31 \pm 1{,}5)$ Вт, около 5%.

5. Удельная теплота сгорания. Переводим μ в СИ: 2,4 г/ч $= \dfrac{2{,}4 \cdot 10^{-3}}{3600}$ кг/с $= 6{,}7 \cdot 10^{-7}$ кг/с.

$$q = \frac{N_с}{\mu} = \frac{31 \cdot 3600}{2{,}4 \cdot 10^{-3}}\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} = 4{,}7 \cdot 10^7\ \text{Дж/кг} = 47\ \text{МДж/кг}.$$

Относительные погрешности $N_с$ и μ — по 5–8%, они складываются квадратично: $\varepsilon_q \approx \sqrt{0{,}05^2 + 0{,}07^2} \approx 0{,}09$, $\Delta q \approx 4$ МДж/кг.

Обратите внимание: сравнение свечи с лампочкой честно, только если геометрия одна и та же: источник на той же высоте в трубе, лопасти не трогаем (примечание 1), и каждое измерение — в установившемся режиме. Кроме того, лампочка часть энергии излучает светом наружу, а не в воздух трубы, — это систематическая ошибка того же знака, что и у свечи, поэтому при сравнении она частично сокращается.

Проверка. Размерность: $[N/\mu]$ = Вт/(кг/с) = Дж/кг. Табличное значение удельной теплоты сгорания парафина — около 42–46 МДж/кг, наш результат 47 ± 4 МДж/кг с ним согласуется.

Смысл: вертушка служит «тепловым ваттметром», а градуирует её лампочка с известной электрической мощностью.

Ответ. Выход на режим через 3–5 мин, период 0,80–0,85 с ($\nu_с \approx 1{,}2\ с^{-1}$); $\mu = 2{,}2$–$2{,}6$ г/ч; градуировка $\nu = kN + b$, $k \approx 0{,}032\ с^{-1}$/Вт, мощность свечи $N_с \approx 31$ Вт; $q = N_с/\mu = (47 \pm 4)$ МДж/кг.