Ох уж эти ВАХи!

Задача 2. [ВсОШ 2017/18, региональный этап, 10 класс, практический тур, задача 2] «Ох уж эти ВАХи!».

Электрическая цепь, находящаяся внутри «чёрного ящика», содержит не более трёх элементов (это могут быть резисторы, диоды, лампочки), но только один из них нелинейный. Вольтамперные характеристики нелинейных элементов (диода и лампочки) схематически изображены на рис. 1 и рис. 2.

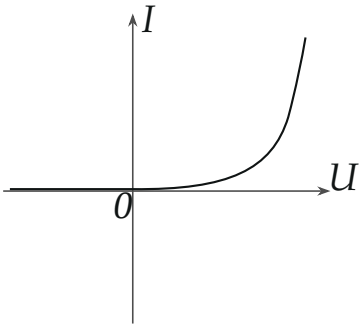

Рис.1 ВАХ диода

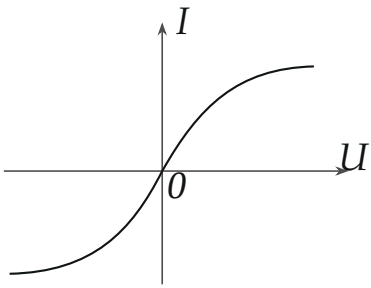

Рис.2 ВАХ лампочки

1. Снимите вольтамперную характеристику (ВАХ) выданного вам «чёрного ящика» и нарисуйте схему электрической цепи, с помощью которой вы проводили измерения.
2. Изобразите полученную ВАХ на графике.
3. Предложите вариант схемы электрической цепи, которая может располагаться внутри «чёрного ящика».
4. Определите сопротивление(я) резистора(ов) в «чёрном ящике».

Оборудование: «чёрный ящик», резистор сопротивлением 10 Ом, переменный резистор, батарейка (источник тока), вольтметр (мультиметр), соединительные провода, миллиметровая бумага для построения графиков.

Примечание: если в качестве вольтметра вам выдали мультиметр, то вы имеете право использовать его только в режиме вольтметра.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на «чёрный ящик»: по форме ВАХ угадываем элементы, по наклонам прямых участков — сопротивления. Амперметра нет, поэтому ток измеряем вольтметром по напряжению на известном резисторе (закон Ома). Несимметричная ВАХ с изломом выдаёт диод; прямые участки до и после излома — резисторы, включённые параллельно и последовательно с ним. Данные ниже — измерения из решения организаторов (рис. 4).

Обозначения. U — напряжение на ящике, I — ток через него; R — известный резистор, U_R — напряжение на нём; R_1, R_2 — резисторы внутри ящика.

Пункт 1. Схема измерений. Ящик соединяем последовательно с известным резистором и подключаем к батарейке через переменный резистор, включённый делителем напряжения (потенциометром): двигая ползунок, меняем напряжение на цепочке от нуля до напряжения батарейки (рис. 3). Вольтметр по очереди подключаем к резистору R и к ящику. Закон Ома для участка с R даёт ток, общий для R и ящика (они соединены последовательно, вольтметр в момент измерения тока не ответвляет заметного тока):

$$I = \frac{U_R}{R}.$$

Затем меняем полярность ящика и повторяем — так получаем обе ветви ВАХ.

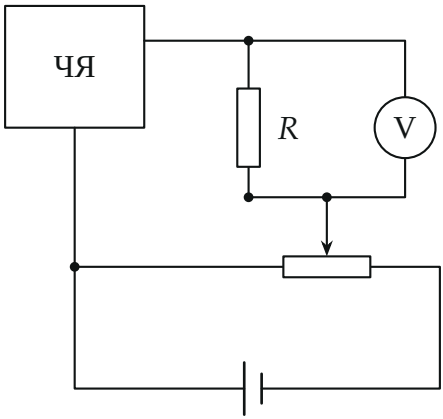

Рис. 3. Схема измерений; вольтметр — в положении для измерения тока.

Пункт 2. ВАХ. Точки $(U; I)$ для обеих полярностей (рис. 4). Видны два прямых участка: при $U < 0$ ток растёт по модулю пропорционально напряжению, при $U \gtrsim 1{,}7$ В — тоже линейно, но гораздо круче; между ними, около 1 В, — плавный изгиб.

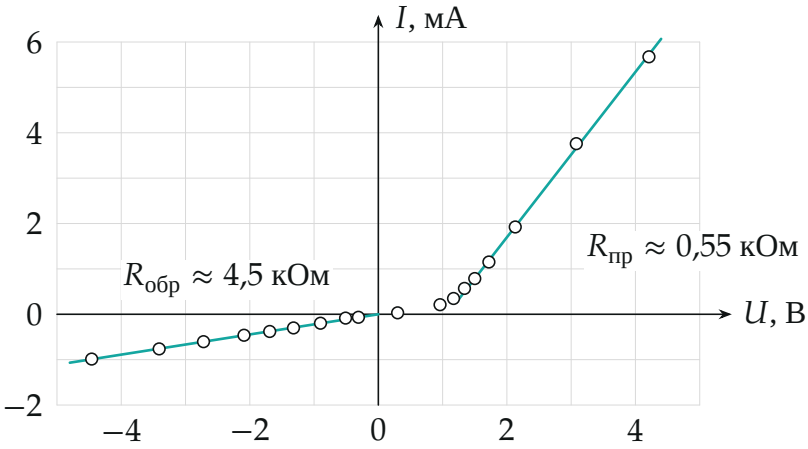

Рис. 4. ВАХ ящика по точкам опыта и прямые, проведённые методом наименьших квадратов по линейным участкам.

Пункт 3. Что в ящике. Сравним с рис. 1 и рис. 2. ВАХ лампочки симметрична, а наша — нет: при одной полярности ток мал, при другой после изгиба резко растёт. Значит, нелинейный элемент — диод. При $U < 0$ диод закрыт, а ток всё же идёт и линейно зависит от U — параллельно диоду есть резистор. После открытия диода ВАХ идёт хотя и круто, но по прямой с конечным наклоном, а не вертикально, — последовательно с открытым диодом есть резистор. Элементов не больше трёх: диод и два резистора. Подходят две схемы (рис. 5):

модель 1 — диод параллельно R_1, и последовательно с ними R_2;

модель 2 — цепочка «диод + R_2» параллельно R_1.

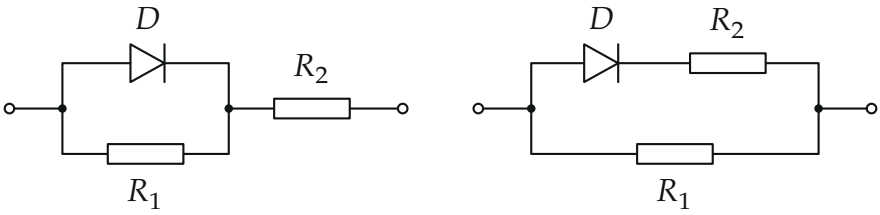

Рис. 5. Две схемы, дающие такую ВАХ.

Пункт 4. Сопротивления. Наклоны прямых на рис. 4 (метод наименьших квадратов): обратная ветвь — прямая через начало координат с наклоном 0,222 мА/В, прямая ветвь — наклон 1,82 мА/В, она пересекает ось U при 1,07 В. Обратные наклоны:

$$R_{\text{обр}} = \frac{1}{0{,}222\ \text{мА/В}} \approx 4{,}50\ \text{кОм},$$

$$R_{\text{пр}} = \frac{\Delta U}{\Delta I} \approx \frac{1}{1{,}82\ \text{мА/В}} \approx 0{,}55\ \text{кОм}.$$

Открытый диод держит почти постоянное напряжение, поэтому приращение напряжения на ящике целиком приходится на резисторы, а закрытый диод ток не пропускает.

Модель 1. Диод закрыт: ток идёт через R_1 и R_2 последовательно, $R_{\text{обр}} = R_1 + R_2$. Диод открыт: он шунтирует R_1 (ток через R_1 при постоянном напряжении на диоде не меняется), $\Delta U/\Delta I = R_2$:

$$R_2 = R_{\text{пр}} \approx 0{,}55\ \text{кОм}, \qquad R_1 = R_{\text{обр}} - R_2 \approx 3{,}95\ \text{кОм}.$$

Модель 2. Диод закрыт: работает только $R_1 = R_{\text{обр}}$. Диод открыт: приращение тока идёт через R_1 и R_2 параллельно, $R_{\text{пр}} = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$:

$$R_1 \approx 4{,}5\ \text{кОм}, \qquad R_2 = \frac{R_1 R_{\text{пр}}}{R_1 - R_{\text{пр}}} = \frac{4{,}5 \cdot 0{,}55}{4{,}5 - 0{,}55}\ \text{кОм} \approx 0{,}63\ \text{кОм}.$$

Обратите внимание. Обе модели дают одну и ту же ВАХ (при иде-

ализированном диоде), поэтому одними измерениями на двух выводах их не различить — в ответе нужно указать модель, к которой относятся найденные сопротивления.

Проверка. Модель 1 при большом прямом токе: $U \approx U_д + IR_2$, где $U_д \approx 1{,}07$ В — это и есть пересечение прямой ветви с осью U; для модели 2 пересечение — $U_д R_1/(R_1 + R_2)$, тоже около 1 В. Ток 1 мА на прямой ветви при $U = 1{,}07 + 0{,}55 \approx 1{,}6$ В — совпадает с точками опыта. Смысл: по двум наклонам находятся ровно две величины — полное сопротивление при закрытом диоде и сопротивление при открытом.

Ответ. 1) Схема — на рис. 3; 2) ВАХ — на рис. 4; 3) в ящике диод и два резистора: модель 1 — диод параллельно R_1, последовательно R_2; модель 2 — R_1 параллельно цепочке «диод + R_2»; 4) модель 1: $R_1 \approx 3{,}95$ кОм, $R_2 \approx 0{,}55$ кОм; модель 2: $R_1 \approx 4{,}5$ кОм, $R_2 \approx 0{,}63$ кОм.