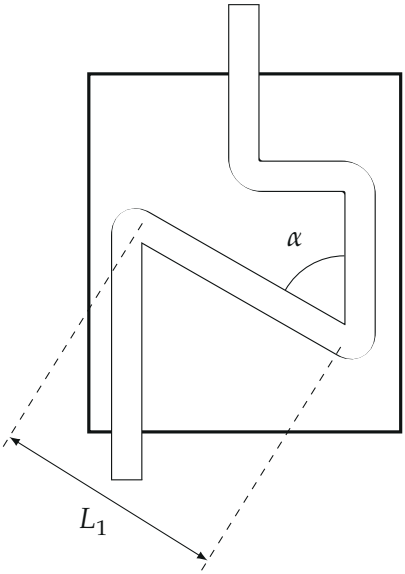
Гидравлический «серый ящик»

Задача 1. [ВсОШ 2017/18, региональный этап, 9 класс, задача 1 (практический тур)] «Гидравлический „серый ящик“».

Внутри выданного вам «серого ящика» размещена трубка постоянного сечения, концы которой выведены наружу. Схема расположения трубки внутри «серого ящика» показана на рисунке. Направление стрелки на ящике совпадает с направлением параллельных участков трубки. Определите:



1. полную длину трубки L_0;
2. длину наклонного участка L_1;
3. угол α.

Оборудование: «серый ящик», стакан с подкрашенной жидкостью, штатив с муфтой и лапкой, 2 шприца, линейка, нить, небольшой грузик (гайка), канцелярская кнопка, лист миллиметровой бумаги, 4–5 полосок скотча (наклеены на край стола), одноразовая пластиковая тарелка, салфетки.

Примечания. 1) Разбирать «серый ящик» и/или вытаскивать из него трубку запрещается. 2) Не делайте пометки на «сером ящике». Вы можете приклеить

к «серому ящику» лист миллиметровой бумаги и на нём делать необходимые пометки. 3) Шприц № 1 объёмом 5 мл (или 10 мл) и шприц № 2 — инсулиновый объёмом 1 мл. 4) Заполнение трубки жидкостью производите медленно, избегая возникновения воздушных пузырей (разрывов столбика жидкости). Во время отсоединения шприца трубка должна быть пережата непосредственно у шприца. Аккуратное разжимание трубки обеспечит её медленное заполнение жидкостью и позволит избежать возникновения пузырей. 5) При смещении столбика жидкости атмосферное давление воздуха в трубке из-за вязкости устанавливается не сразу. Кроме того, определённое сопротивление движению столбика жидкости оказывают силы поверхностного натяжения. Лёгкое постукивание по «серому ящику» при выполнении эксперимента будет способствовать ускорению процесса установления состояния равновесия. 6) Перед каждым последующим заполнением трубки её следует продувать. 7) Тарелка и салфетки используются для поддержания порядка на рабочем месте.

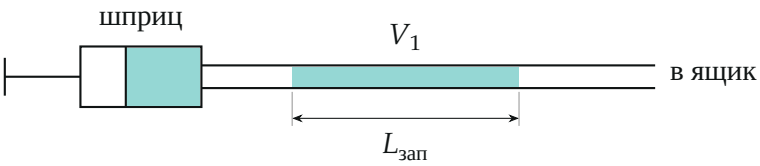
▲ **Решение. Что происходит.** Трубку не видно, но в неё можно налить жидкость. Длину трубки измеряем «объёмом»: сечение одно и то же, поэтому длина столбика пропорциональна его объёму, а коэффициент находим по столбику, длину которого видно снаружи. Угол и наклонный участок находим, превращая часть трубки в сообщающиеся сосуды: уровни жидкости в двух коленах одинаковы, и наибольший объём, который удерживает «колено» до перелива (сифона), зависит от того, как колено повёрнуто относительно вертикали.

Обозначения. S — сечение трубки; V_0 — объём, заполняющий всю трубку; V_1 — объём столбика длины $L_{\text{зап}}$ в видимой части трубки; X — наклонный участок (его длина L_1), v — наибольший объём в колене; α — угол между X и параллельными участками (направлением стрелки).

Пункт 1. Полная длина трубки.

1. Сечение трубки. Инсулиновым шприцем вводим в выведенный наружу конец трубки $V_1 = 2{,}0 \pm 0{,}02$ мл и линейкой измеряем длину столбика: $L_{\text{зап}} = 164 \pm 1$ мм. Сечение одинаково по всей длине, поэтому длина столбика пропорциональна объёму:

$$S = \frac{V_1}{L_{\text{зап}}}.$$



Объём V_1 из шприца занимает в трубке столбик длины $L_{зап}$ — это даёт сечение S

2. Длина трубки. Продув трубку, заполняем её целиком (большим шприцем, до появления жидкости из другого конца): $V_0 = 11{,}6 \pm 0{,}2$ мл. Тогда

$$L_0 = \frac{V_0}{S} = L_{зап}\frac{V_0}{V_1} = 164\text{ мм} \cdot \frac{11{,}6}{2{,}0} = 951\text{ мм}.$$

Погрешность — по относительным погрешностям сомножителей:

$$\frac{\Delta L_0}{L_0} = \sqrt{\left(\frac{0{,}2}{11{,}6}\right)^2 + \left(\frac{0{,}02}{2{,}0}\right)^2 + \left(\frac{1}{164}\right)^2} \approx 0{,}021, \qquad \Delta L_0 \approx 20\text{ мм}.$$

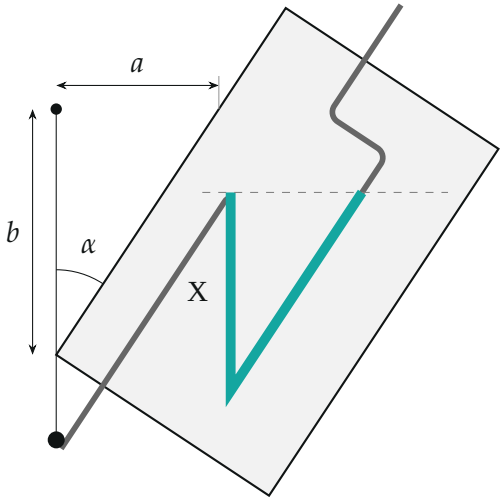
Главный вклад — объём V_0 (1,7 %). У организаторов в ответе ± 3 мм — это меньше, чем даёт одна погрешность V_0.

Пункт 3. Угол α.

3. Колено как сообщающиеся сосуды. Участок X вместе с соседним параллельным участком образует колено (V-образную трубку с вершиной в нижнем изгибе). Жидкость, налитая в длинный наружный конец, стекает в колено; уровни в ветвях одинаковы (давление над обоими атмосферное). Как только уровень доходит до верхнего изгиба участка X, жидкость переливается через него и по сифону уходит вся. Значит, наибольший объём v определяется высотой верхнего конца X над нижним изгибом: $h = L_1 \cos\varphi$, где φ — угол X с вертикалью. Объём максимален, когда h максимальна, то есть когда участок X *вертикален*.

4. Измерение угла. Поворачиваем ящик в плоскости, подбирая положение, в котором в колено помещается наибольший объём (дольём чуть больше — срабатывает сифон). В этом положении X вертикален, а параллельные участки — и сторона ящика вдоль стрелки — отклонены от вертикали ровно на угол α. Кнопкой прикрепляем к миллиметровой бумаге на ящике нить с грузиком так, чтобы она проходила через нижний

угол стороны ящика: нить задаёт вертикаль. Вдоль нити откладываем $b = 295 \pm 1$ мм и измеряем расстояние по горизонтали от нити до стороны ящика: $a = 195 \pm 30$ мм (большая погрешность — положение максимума находится неточно).

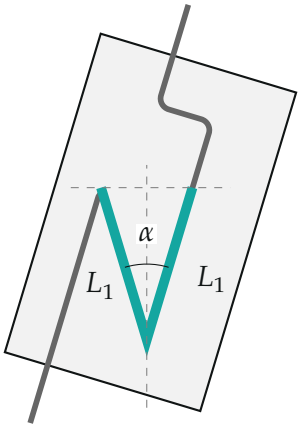


Участок X вертикален — в колене наибольший объём, уровни в ветвях одинаковы (пунктир). Нить с грузиком — вертикаль; сторона ящика отклонена от неё на угол α

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b} = \frac{195 \pm 30}{295 \pm 1} = 0{,}66 \pm 0{,}10, \qquad \alpha = 33 \pm 5^\circ.$$

Пункт 2. Длина наклонного участка L_1.

5. Симметричное колено. Поворачиваем ящик так, чтобы вертикаль стала биссектрисой угла α между X и соседним параллельным участком (поворот на $\alpha/2$ от прежнего положения: угол уже известен). Теперь обе ветви колена наклонены к вертикали на $\alpha/2$, и жидкость, заполнившая X до верхнего изгиба, стоит на той же высоте и во второй ветви — на такой же длине L_1. Наибольший объём заполняет участок трубки длины $L_A = 2L_1$.



Вертикаль (пунктир) — биссектриса угла α; обе ветви заполнены на одинаковую длину L_1

6. Расчёт. Наибольший объём в этом положении $v = 5{,}1 \pm 0{,}1$ мл. Длина заполненного участка — через сечение из шага 1:

$$L_A = \frac{v}{S} = L_{\text{зап}}\frac{v}{V_1} = 164 \cdot \frac{5{,}1}{2{,}0} = 418 \text{ мм}, \qquad L_1 = \frac{L_A}{2} = 209 \text{ мм}.$$

Случайная погрешность L_A по той же формуле около 10 мм, L_1 — около 5 мм. Систематическая больше: в момент срабатывания сифона жидкость заполняет и сам изгиб трубки, поэтому L_1 завышено на 1–2 см. Итог: $L_1 = 209 \pm 15$ мм.

величина	измерено	результат
V_1, $L_{\text{зап}}$	2,0 мл, 164 мм	$S = V_1/L_{\text{зап}}$
V_0	11,6 мл	$L_0 = 951 \pm 20$ мм
a, b	195 мм, 295 мм	$\alpha = 33 \pm 5°$
v	5,1 мл	$L_1 = 209 \pm 15$ мм

Проверка. $L_1 \approx 0{,}21$ м меньше высоты ящика и пятой части трубки — как на схеме.

Ответ. 1) $L_0 = 951 \pm 20$ мм; 2) $L_1 = 209 \pm 15$ мм; 3) $\alpha = 33 \pm 5°$ (по данным измерений организаторов).