Теплоёмкость резистора

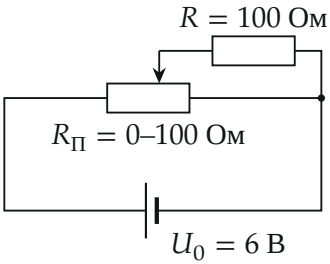
Задача 2. [ВсОШ 2018/19, региональный этап, 10 класс, задача 2] «Теплоёмкость резистора».

С помощью выданного оборудования определите:

1. зависимость мощности тепловых потерь резистора от его температуры (постройте график);
2. теплоёмкость резистора.

Оборудование: резистор сопротивлением $R \approx 100$ Ом, чашка, регулируемый источник постоянного напряжения (далее Источник, сборка описана ниже), мультиметр, термометр, секундомер, соединительные провода, отдельный зажим типа «крокодил», скотч и ножницы по требованию.

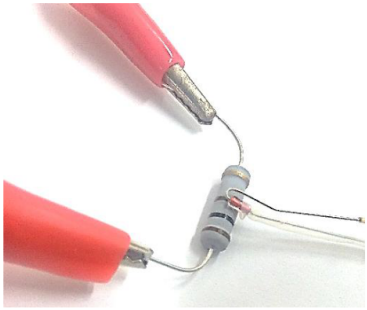
Подготовка электрической части установки (сборка Источника): вставьте батарейки в батарейный отсек; подключите его выводы к крайним контактам потенциометра; напряжение между центральным и любым крайним контактом меняется поворотом ручки. Для дальнейших измерений подключите резистор к центральному и одному из крайних контактов потенциометра.



Подготовка тепловой части установки: закрепите резистор на чашке проводами и скотчем вблизи её оси; присоедините резистор проводами к клеммам Источника и параллельно подключите вольтметр; включите термометр (его чувствительный элемент должен показывать комнатную температуру) и закрепите щуп зажимом «крокодил» на краю чашки так, чтобы элемент плотно касался поверхности резистора. Считайте, что показания термометра соответствуют средней температуре резистора. В

ходе эксперимента резистор и чувствительный элемент нельзя перемещать относительно друг друга!





▲ **Решение. Что происходит.** Резистор нагревается током и остывает, отдавая теплоту воздуху. Когда температура установилась, мощность тока $P_э = U^2/R$ равна мощности тепловых потерь $P_п$ — так, меняя напряжение, снимаем $P_п(T)$ по точкам. Потери пропорциональны превышению температуры над комнатной (закон теплообмена Ньютона), $P_п = a(T - T_0)$. Затем ток выключаем: резистор остывает, и скорость остывания задаётся теми же потерями и теплоёмкостью C: $C\frac{dT}{d\tau} = -P_п$. Зная a и кривую остывания, находим C. Класс задачи — тепловой баланс, стационарный режим и релаксация.

Обозначения. U — напряжение на резисторе; T — его температура; T_0 — температура воздуха; a — коэффициент теплопередачи (мощность потерь на градус превышения); τ — время остывания; C — теплоёмкость резистора.

Пункт 1. Мощность потерь от температуры.

1. Стационарный режим. Сопротивление резистора в диапазоне 23–36 °C считаем постоянным, $R = 100$ Ом. Когда показания термометра перестали меняться, по закону сохранения энергии вся мощность тока уходит в воздух: $P_п = P_э = U^2/R$. Измерения (официальное решение; $P_э$ — пересчёт):

U, В	5,51	4,84	4,41	3,83	3,25	2,56	1,94	0
P, мВт	303,6	234,3	194,5	146,7	105,6	65,5	37,6	0
T, °C	36,1	33,1	31,9	29,6	27,8	26,0	24,8	23,1

2. График и прямая. Точки ложатся на прямую (рис. 1). Метод наименьших квадратов по восьми точкам: $P = a(T - T_0)$ с

$$a = 23{,}3\ \text{мВт}/^\circ\text{C}, \qquad T_0 = 23{,}2\ ^\circ\text{C}.$$

T_0 совпадает с комнатной температурой (последняя точка, $U = 0$) — закон $P_\text{п} = a(T - T_0)$ подтверждён.

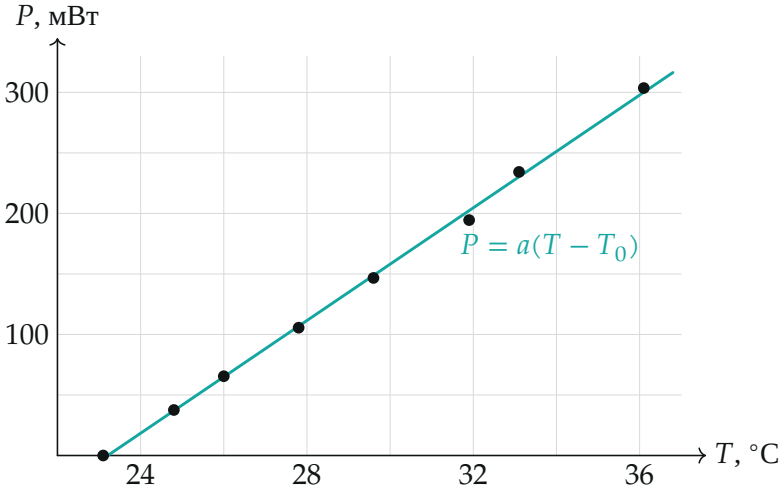


Рис. 1. Мощность тепловых потерь от температуры резистора: точки — измерения, прямая — метод наименьших квадратов, $a = 23{,}3$ мВт/°C, $T_0 = 23{,}2\ ^\circ$C.

Пункт 2. Теплоёмкость.

3. Уравнение остывания. Источник отключён, теплота резистора уходит только в воздух. Уравнение теплового баланса за малое время $d\tau$: $C\,dT = -a(T - T_0)\,d\tau$. Его решение — экспонента: $T - T_0 = (T_\text{нач} - T_0)\,e^{-\tau/\tau_0}$, $\tau_0 = C/a$. Кривая остывания (официальные данные, каждые 5 с от 36,1 до 24,6 °C) — рис. 2.

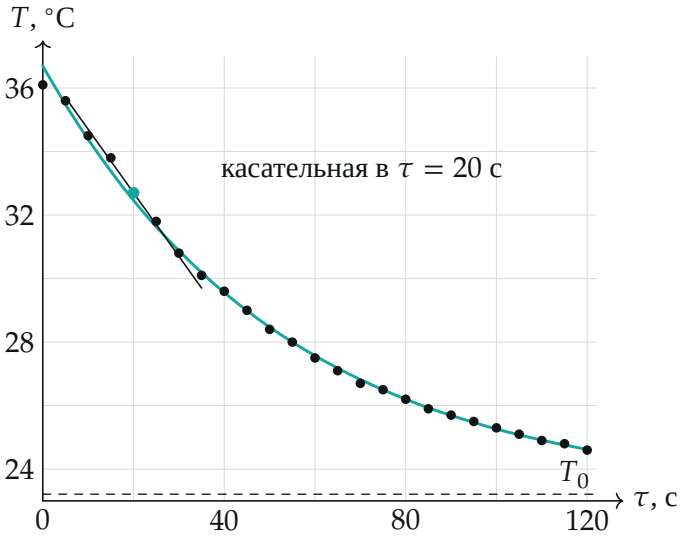


Рис. 2. Остывание резистора: точки — измерения, кривая — экспонента с $\tau_0 = C/a = 53$ с. Наклон касательной — скорость остывания $dT/d\tau$.

4. Способ 1: по скорости остывания. Из уравнения остывания $C = -\dfrac{a(T - T_0)}{dT/d\tau}$. Скорость $dT/d\tau$ — наклон касательной (по соседним точкам). Для шести моментов:

τ, с	10	20	30	40	60	80
T, °C	34,5	32,7	30,8	29,6	27,5	26,2
$-dT/d\tau$, °C/с	0,18	0,20	0,17	0,11	0,09	0,06
C, Дж/°C	1,46	1,10	1,04	1,35	1,11	1,16

Среднее $C \approx 1{,}2$ Дж/°C; разброс большой — производная по точкам с шагом 0,1 °C шумит.

5. Способ 2: по площади. Теплота, ушедшая за время от τ_1 до τ_2, — площадь под графиком $P_{\text{п}}(\tau) = a(T(\tau) - T_0)$ (рис. 3). По закону сохранения энергии она равна $C\,(T_1 - T_2)$. Для интервала 20–80 с (от 32,7 до 26,2 °C) сумма трапеций даёт $Q \approx 7{,}7$ Дж:

$$C = \frac{Q}{T_1 - T_2} = \frac{7{,}7}{6{,}5} \approx 1{,}19 \text{ Дж/°C}.$$

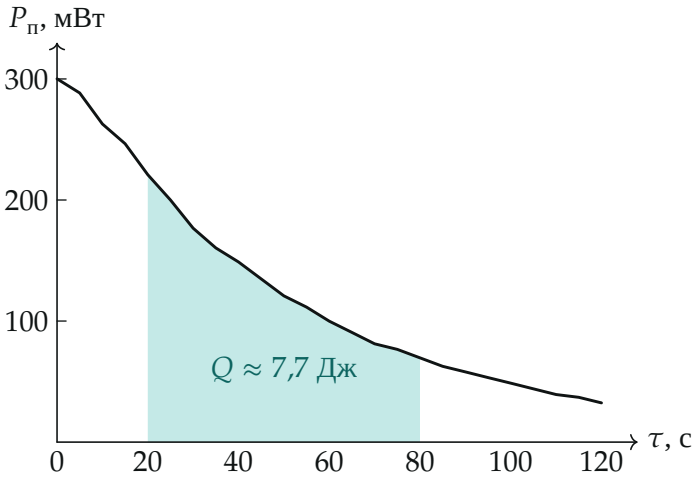


Рис. 3. Мощность потерь при остывании $P_n = a(T - T_0)$. Закрашенная площадь (от 20 до 80 с) — теплота, отданная при остывании от 32,7 до 26,2 °C.

6. Способ 3: логарифм. Логарифмируем решение уравнения остывания: $\ln(T - T_0) = \text{const} - \frac{a}{C}\tau$ — прямая (рис. 4). Метод наименьших квадратов по всем 25 точкам: наклон $-0{,}0188$ с$^{-1}$, значит,

$$C = \frac{a}{0{,}0188\ \text{с}^{-1}} = \frac{0{,}0233}{0{,}0188} \approx 1{,}24\ \text{Дж/°C}.$$

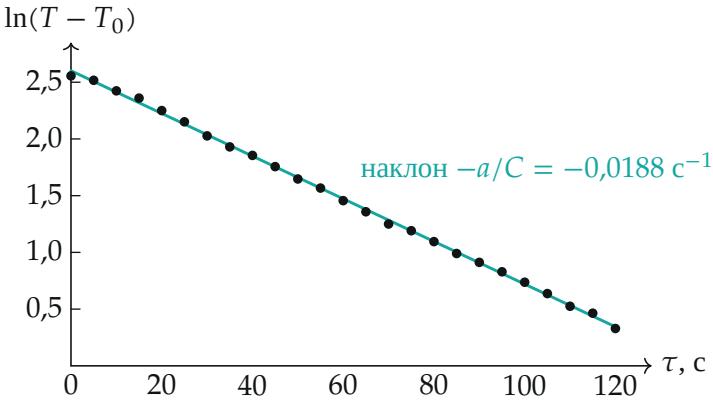


Рис. 4. Логарифм превышения температуры ($T - T_0$ в °C) от времени — прямая, как и предсказывает закон $P_n = a(T - T_0)$. Первые точки чуть выше: термометр не сразу «догоняет» резистор.

7. Итог и погрешность. Три способа дают 1,2; 1,19; 1,24 Дж/°C. Наиболее надёжен способ 3 (он усредняет все точки), итог $C = 1{,}2 \pm 0{,}1$ Дж/°C. Погрешность определяется в основном a (около 3% по разбросу точек рис. 1) и шумом термометра (0,1 °C) при малых превышениях температуры.

Обратите внимание. В логарифмическом способе строят $\ln(T - T_0)$, а не $\ln(T/T_0)$: экспоненциально убывает именно превышение температуры над комнатной. Мощность U^2/R считаем по сопротивлению при комнатной температуре: у обычного резистора R меняется на доли процента на 10 °C, это меньше разброса точек.

Проверка. Время релаксации $\tau_0 = C/a = 1/0{,}0188 \approx 53$ с: за 120 с превышение должно упасть в $e^{120/53} \approx 10$ раз — и действительно, от 12,9 до 1,4 °C. Размерность: $\frac{\text{Вт/°C}}{\text{с}^{-1}} = \text{Дж/°C}$.

Ответ. 1) $P_\text{п} = a\,(T - T_0)$, $a \approx 23{,}3$ мВт/°C, $T_0 \approx 23{,}2$ °C (график рис. 1); 2) $C \approx 1{,}2$ Дж/°C (три способа обработки дают 1,19–1,24 Дж/°C).