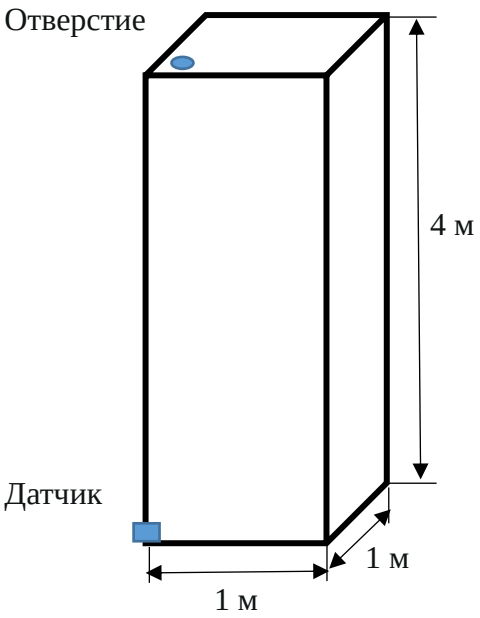
# «Гидростатический чёрный ящик»

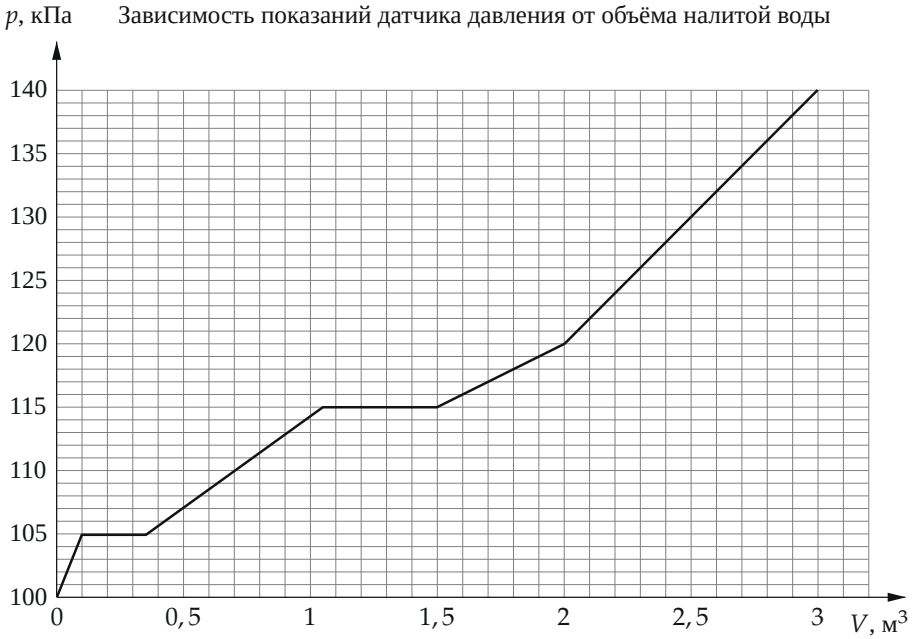
**Задача 5.** [ВсОШ 2018/19, региональный этап, 9 класс, задача 5] «Гидростатический чёрный ящик».

Имеется прямоугольный сосуд размерами $1 \times 1 \times 4$ м. В верхней крышке сосуда есть отверстие. В нижней части сосуда вплотную ко дну смонтирован миниатюрный датчик давления. Внутри сосуда может быть расположено произвольное число перегородок и закрытых ими полостей. Каждая перегородка имеет пренебрежимо малый объём и расположена горизонтально или вертикально. Все вертикальные перегородки параллельны одной и той же стенке сосуда.

Через верхнее отверстие в сосуд медленно заливают воду, снимая при этом зависимость показаний датчика давления от объёма налитой воды. Полученная зависимость представлена на графике. Проанализируйте её и нарисуйте на выданном вам листе возможную схему расположения перегородок в сосуде, соответствующую данному графику (достаточно любой одной схемы из множества возможных). На схеме укажите масштаб и все характерные размеры. Поясните, каким образом вы получили эти размеры и определили характерные особенности расположения перегородок.

Считайте $g = 10$ м/с$^2$, плотность воды $\rho = 1000$ кг/м$^3$, атмосферное давление $p_0 = 100$ кПа.




▲ **Решение. Что происходит.** Это задача-«чёрный ящик»: по графику $p(V)$ восстанавливаем, где в сосуде вода растекается по широкой по-

верхности, где — по узкой и где она переливается через перегородку. Главная идея — датчик измеряет гидростатическое давление, то есть высоту уровня воды над ним, а наклон графика $\Delta p/\Delta V$ говорит о площади поверхности, по которой растекается доливаемая вода.

**Обозначения.** $h$ — высота уровня воды над датчиком (над дном), $S$ — площадь свободной поверхности воды, в которую попадает доливаемая вода; отсеки будем называть $A$, $B$, $C$, полость — $D$ (рисунок схемы в конце).

**1. Давление → высота уровня.** Датчик стоит у дна, над ним — столб воды высотой $h$, а над водой — воздух, соединённый с атмосферой через отверстие. Закон гидростатики для точки у дна:

$$p = p_0 + \rho g h \quad \Rightarrow \quad h = \frac{p - p_0}{\rho g}.$$

Каждые 10 кПа сверх атмосферного — это 1 м воды. В конце $p = 140$ кПа, то есть $h = 4$ м: сосуд заполнен доверху.

**2. Наклон графика → площадь поверхности.** Пусть уровень над датчиком растёт, и мы долили малый объём $\Delta V$. Он растёкся слоем толщины $\Delta h$ по поверхности площади $S$: $\Delta V = S\,\Delta h$. С учётом пункта 1 $\Delta h = \Delta p/(\rho g)$, и

$$S = \rho g \frac{\Delta V}{\Delta p}.$$

Чем положе график, тем шире поверхность. Посчитаем по каждому наклонному участку (точки излома читаются по клеткам точно):

| участок | $\Delta V$, м$^3$ | $\Delta p$, кПа | $h$, м | $S$, м$^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 → 0,10 | 100 → 105 | 0 → 0,5 | 0,2 |
| 3 | 0,35 → 1,05 | 105 → 115 | 0,5 → 1,5 | 0,7 |
| 5 | 1,5 → 2,0 | 115 → 120 | 1,5 → 2,0 | 1,0 |
| 6 | 2,0 → 3,0 | 120 → 140 | 2,0 → 4,0 | 0,5 |

Например, на участке 1: $S = 10^3 \cdot 10 \cdot \dfrac{0{,}10}{5 \cdot 10^3} = 0{,}2$ м$^2$.

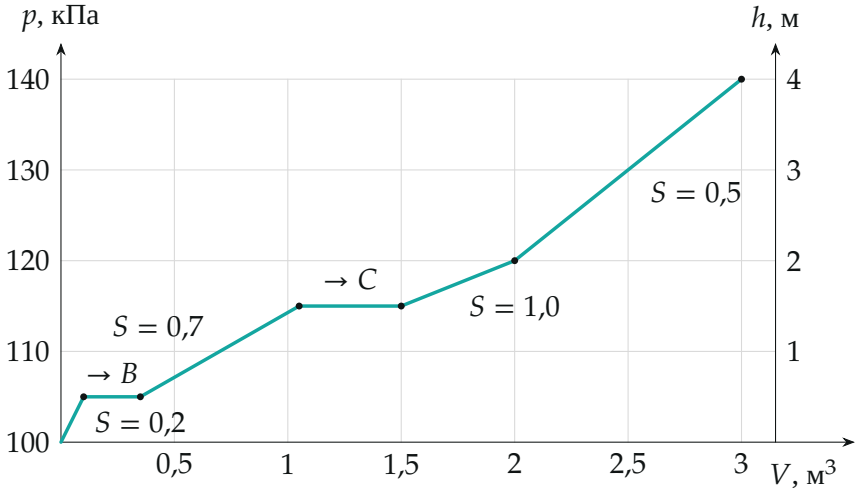



*График условия с площадями поверхности $S$ ($м^2$) на наклонных участках; горизонтальные участки — перелив через перегородку в отсеки $B$ и $C$. Справа — та же шкала в метрах уровня $h$*

**3. Горизонтальные участки — перелив.** Воду доливают, а давление у дна не растёт. Значит, уровень над датчиком стоит: вода дошла до верхнего края вертикальной перегородки и переливается в соседний отсек, пока уровень там не сравняется. Объём перелива — это объём соседнего отсека до высоты края перегородки:

$$V_B = 0{,}35 - 0{,}10 = 0{,}25\ м^3 \quad (\text{край на } h = 0{,}5\ м),$$

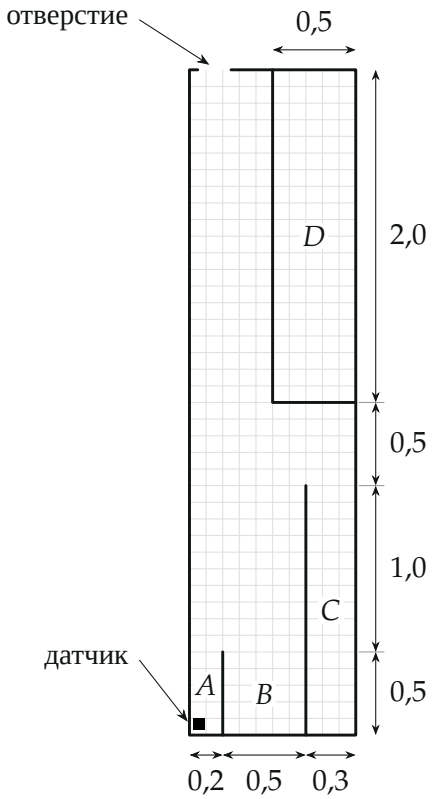
$$V_C = 1{,}5 - 1{,}05 = 0{,}45\ м^3 \quad (\text{край на } h = 1{,}5\ м).$$

Отсюда площади дна отсеков (сосуд квадратный $1 \times 1$ м, перегородки параллельны одной стенке, поэтому площадь отсека = его ширина $\times$ 1 м):

$$S_B = \frac{0{,}25}{0{,}5} = 0{,}5\ м^2, \qquad S_C = \frac{0{,}45}{1{,}5} = 0{,}3\ м^2.$$

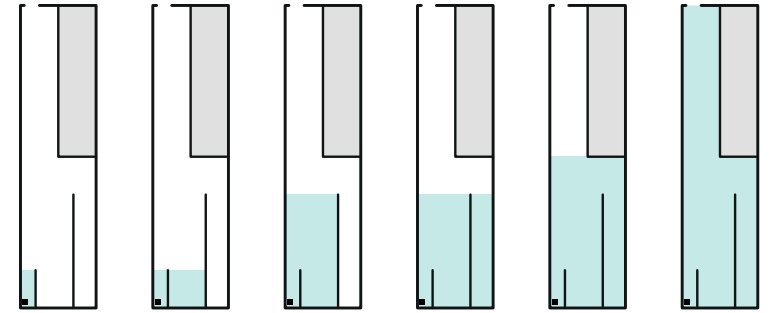
**4. Собираем схему.** Сначала вода льётся в отсек $A$ под отверстием, там же датчик: $S_A = 0{,}2\ м^2$, ширина 0,2 м, его перегородка высотой 0,5 м. После перелива уровень в $A$ и $B$ общий, площадь $S_A + S_B = 0{,}2 + 0{,}5 = 0{,}7\ м^2$ — ровно то, что дал участок 3. Сходится. Следующая

перегородка высотой 1,5 м отделяет отсек $C$ шириной 0,3 м; после перелива в $C$ поверхность занимает всё сечение, $0{,}2 + 0{,}5 + 0{,}3 = 1{,}0$ м$^2$ — участок 5. С высоты 2,0 м площадь падает до 0,5 м$^2$: половину сечения от $h = 2$ м до крышки занимает закрытая полость $D$ (горизонтальная перегородка на высоте 2 м и вертикальная до крышки). Воздух в ней заперт, и вода туда не попадает.




*Одна из возможных схем; клетка — 0,1 × 0,1 м, размеры — в метрах*

**Обратите внимание:** площадь, найденная по наклону, — это площадь всей поверхности, куда растекается вода, а не одного отсека. На участке 3 она складывается из $A$ и $B$; именно проверка $0{,}2 + 0{,}5 = 0{,}7$ и $0{,}7 + 0{,}3 = 1{,}0$ подтверждает, что схема согласована с графиком.




*Как наполняется сосуд в точках излома графика ($V$ — в м$^3$, $h$ — в м). Серым — закрытая полость $D$, чёрный квадратик — датчик, разрыв крышки слева — отверстие*

**Проверка.** Объём всей воды по схеме: до $h = 2$ м — всё сечение, $1 \cdot 2 = 2$ м$^3$, выше — $0{,}5 \cdot 2 = 1$ м$^3$, вместе 3,0 м$^3$, как в конце графика; объём полости $D$ — $4 - 3 = 1$ м$^3$. Объёмы на изломах тоже сходятся: $0{,}2 \cdot 0{,}5 = 0{,}10$, затем $+0{,}25$, затем $0{,}7 \cdot 1{,}0 = 0{,}70$ ($0{,}35 \to 1{,}05$), затем $+0{,}45$, $+0{,}5$, $+1{,}0$.

Схема не единственная: отсеки можно переставить по ширине (сохранив, что под отверстием — $A$ с датчиком), полость $D$ можно разбить на несколько закрытых полостей той же общей площади сечения 0,5 м$^2$ на высотах 2–4 м. Однозначно следуют из графика только площади и высоты.

**Ответ.** Сосуд заполнен доверху. Отсек $A$ с датчиком под отверстием: площадь 0,2 м$^2$, перегородка высотой 0,5 м; отсек $B$: площадь 0,5 м$^2$ (объём до края 0,25 м$^3$), перегородка высотой 1,5 м; отсек $C$: площадь 0,3 м$^2$ (объём 0,45 м$^3$); от $h = 2{,}0$ м до крышки — закрытая полость $D$ сечением 0,5 м$^2$ (объём 1 м$^3$). Схема — на рисунке.