Термоэлектронная эмиссия

Задача 2. [ВсОШ 2018/19, 10 класс, практический тур, задача 2] «Термоэлектронная эмиссия». При сильном нагреве металла некоторые электроны приобретают достаточную энергию для того, чтобы из него вылететь. Этот процесс называется термоэлектронной эмиссией. Количество вылетевших электронов в единицу времени зависит от температуры металла:

$$n = A\,e^{-W/(kT)},$$

где A — константа, W — энергия, которую нужно сообщить электрону, чтобы перенести его из металла в вакуум (работа выхода), $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана. Определите значение работы выхода для материала, из которого изготовлена спираль лампочки с красными выводами. Ответ выразите в электронвольтах.

Примечание. 1. Выданные вам мультиметры можно использовать только в качестве вольтметров или омметров. 2. Сопротивление нити лампочки линейно зависит от температуры: $R = R_0\,(1+\alpha\,(T-T_0))$, где $\alpha = (4{,}5\pm0{,}1)\cdot10^{-3}\ \text{К}^{-1}$. 3. Внутри колбы лампочки находятся две независимые спирали. Выводы одной спирали красного цвета, а к другой припаян один чёрный провод. Используйте красную спираль в качестве излучающего электрода, подавая на неё напряжение в диапазоне от 7,0 до 9,0 В. 4. Считайте, что внутри лампочки находится вакуум. 5. Считайте, что в случае поддержания постоянной разности потенциалов между излучающим электродом и принимающим доля электронов, вылетевших с излучающего электрода и долетевших до принимающего, не зависит от температуры излучающего электрода. Под потенциалом излучающего электрода понимается среднее значение его потенциала. 6. Для исключения влияния внешних полей следует обернуть лампочку фольгой и соединить фольгу с минусом источника. 7. 1 электронвольт (эВ) $= 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Дж. 8. На источнике тока установите ручку выбора диапазона напряжений в положение «0–15V» (крайнее правое положение). Когда ручка в этом положении, вы можете регулировать выходное напряжение в указанном диапазоне ручками «грубо» и «плавно». Не стоит пользоваться индикаторами, встроенными в источник.

Оборудование. Лампа с двумя нитями накала, регулируемый источник тока, батарейка 9 В, резистор сопротивлением $r = 4{,}7$ Ом ($\pm5\%$), два резистора сопротивлением $R = 1$ кОм ($\pm1\%$), два мультиметра, кусочек фольги, макетная

плата, соединительные провода.

▲ **Решение. Что происходит.** Красная спираль, раскалённая током, испускает электроны; вторая (чёрная) спираль под положительным потенциалом их собирает. Ток эмиссии пропорционален числу вылетающих электронов, $I_{эм} \propto e^{-W/(kT)}$, поэтому в осях $\ln I_{эм} — 1/T$ получается прямая с наклоном $-W/k$. Температуру нити узнаём по её сопротивлению, ток эмиссии — вольтметром с большим внутренним сопротивлением. Класс задачи — «спрямление экспоненты логарифмом».

Обозначения. U — напряжение на нити; U_r — напряжение на резисторе r; $R_л = Ur/U_r$ — сопротивление нити; R_V — сопротивление вольтметра V_2; U_2 — его показание; $I_{эм} = U_2/R_V$.

1. Линеаризация. По условию доля долетевших электронов при постоянной ускоряющей разности потенциалов не зависит от T, поэтому $I_{эм} = A_1 e^{-W/(kT)}$ с постоянной A_1. Логарифмируем:

$$\ln I_{эм} = \ln A_1 - \frac{W}{k} \cdot \frac{1}{T}.$$

Наклон графика $\ln I_{эм}(1/T)$ равен $-W/k$.

2. Схема (рис. 1). Нить питается от регулируемого источника $\mathcal{E}_1$ через резистор r; вольтметр V_1 по очереди меряет U на нити и U_r на r (ток нити U_r/r). Нить подключена прямо к минусу источника: туда же подключена фольга-экран, и разность потенциалов «нить — экран» не плавает от опыта к опыту.

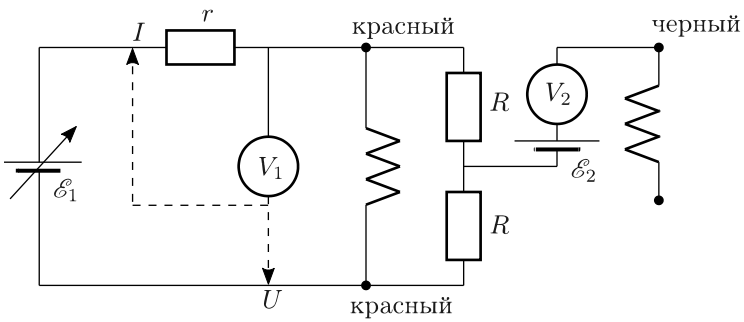

Рис. 1. Схема измерений (по рисунку организаторов).

3. Постоянная ускоряющая разность потенциалов. Потенциал вдоль нити растёт линейно от 0 до U, средний — $U/2$ (рис. 2). При смене накала U меняется, а нам нужно держать постоянной разность «приёмник минус средний потенциал нити». Для этого два одинаковых резистора $R = 1$ кОм включены параллельно нити: потенциал их средней точки ровно $U/2$. Батарейка $\mathcal{E}_2 = 9$ В и вольтметр V_2 включены между этой точкой и чёрной спиралью — приёмник всегда на ≈ 9 В выше среднего потенциала нити.

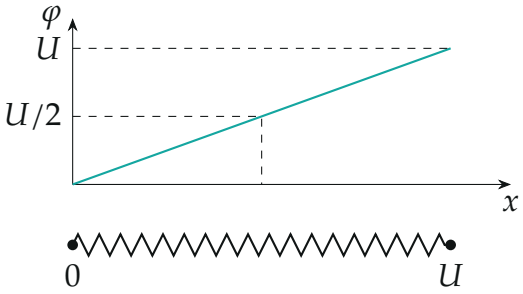

Рис. 2. Потенциал вдоль нити: среднее значение — $U/2$.

4. Ток эмиссии. Ток эмиссии — наноамперы, амперметра такой чувствительности нет. Вольтметр V_2 работает как наноамперметр: через него идёт весь ток эмиссии, $I_{эм} = U_2/R_V$. Сопротивление $R_V = 1$ МОм меряем вторым мультиметром в режиме омметра; тогда 1 мВ показания соответствует 1 нА.

5. Температура. Сопротивление холодной нити $R_0 = 2{,}5$ Ом меряем омметром (малый ток не нагревает нить), $T_0 = (300 \pm 5)$ К. Из формулы условия

$$T = T_0 + \frac{R_л/R_0 - 1}{\alpha}.$$

Например, $R_л = 23{,}9$ Ом даёт $T = 300 + \frac{9{,}56-1}{4{,}5\cdot 10^{-3}}$ К $= 2202$ К. Погрешность T_0 в ± 5 К на фоне 2000 К несущественна.

6. Данные (организаторов).

$U_г$, В	$R_л$, Ом	$I_{эм}$, нА	T, К	T^{-1}, кК$^{-1}$	$\ln I$
1,783	23,9	35	2201	0,454	3,555
1,760	23,7	31	2183	0,458	3,434
1,747	23,5	28	2163	0,462	3,332
1,740	23,2	25	2138	0,468	3,219
1,729	23,1	22	2132	0,469	3,091
1,718	23,0	20	2118	0,472	2,996
1,708	22,8	17	2108	0,474	2,833
1,696	22,6	14	2083	0,480	2,639
1,687	22,5	13	2079	0,481	2,565
1,675	22,3	11	2063	0,485	2,398
1,669	22,2	9	2053	0,487	2,197
1,641	21,8	6	2013	0,497	1,792
1,620	21,5	4	1986	0,503	1,386
1,614	21,3	4	1973	0,507	1,386

7. Наклон. Точки на рис. 3 ложатся на прямую — экспоненциальный закон подтверждается. Метод наименьших квадратов (python):

$$\frac{d\ln I}{d(1/T)} = -(44{,}1 \pm 1{,}6)\ \text{кК} = -(4{,}41 \pm 0{,}16)\cdot 10^4\ \text{К}.$$

Вертикальные отрезки — погрешность $\ln I$ от ошибки отсчёта ± 1 мВ: $\Delta \ln I = 1/I$; у малых токов она велика.

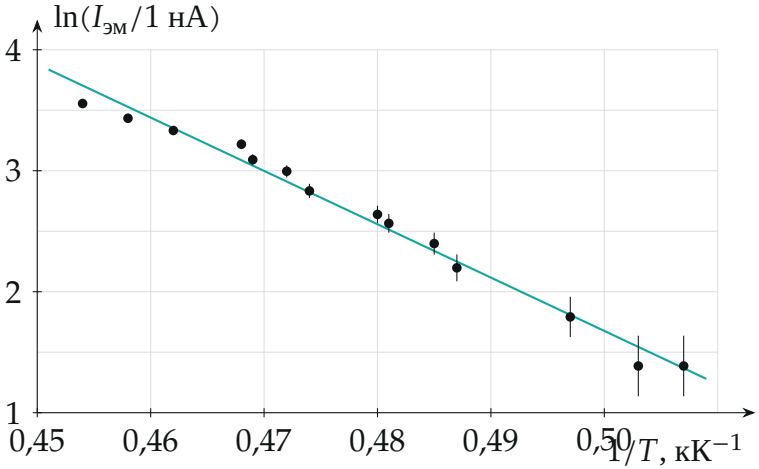

Рис. 3. Зависимость $\ln I_{эм}$ *от* $1/T$*; бирюзой — прямая МНК.*

8. Работа выхода.

$$W = k{\cdot}4{,}41{\cdot}10^4\ \text{К} = 1{,}38{\cdot}10^{-23}{\cdot}4{,}41{\cdot}10^4\ \text{Дж} = 6{,}08{\cdot}10^{-19}\ \text{Дж} = 3{,}8\ \text{эВ}.$$

9. Погрешность. Случайная погрешность наклона — 4%. Систематическая — от шкалы температуры: $\varepsilon_\alpha = 2\%$, ошибка R_0 около $\pm 0{,}1$ Ом даёт ещё $\approx 4\%$ в T, т. е. в масштабе оси $1/T$. Всего $\varepsilon_W \approx 10\%$:

$$W = (3{,}8 \pm 0{,}4)\ \text{эВ}.$$

Обратите внимание: температура нити считается по её сопротивлению, поэтому ошибка R_0 сдвигает все температуры в одну сторону и меняет наклон — это главная систематика опыта. R_0 меряют при малом токе, иначе нить уже подогрета.

Проверка. Размерность: $[k] \cdot \text{К} = \text{Дж}$. Порядок: работа выхода вольфрама $\approx 4{,}5$ эВ, у металлов вообще 2–5 эВ — значение разумное (нить, вероятно, с примесями или покрытием). Наклон по двум крайним точкам $\frac{3{,}555-1{,}386}{0{,}454-0{,}507} = -41$ кК близок к МНК.

Ответ. $W = -k\,\dfrac{d\ln I_{эм}}{d(1/T)} = (3{,}8 \pm 0{,}4)$ эВ.