Легкоплавкий металл

Задача 1. [ВсОШ 2018/19, заключительный этап, 9 класс, задача 1] «Легкоплавкий металл».

Исследуйте физические характеристики металла, удельная теплоемкость которого в жидком состоянии равна $c = 410$ Дж/(кг·°C), а температура плавления лежит в интервале от 25°C до 50°C. Плотность воды $\rho_0 = 1000$ кг/м^3. Определите:

1. плотность ρ металла в твердом состоянии;
2. температуру $t_{\text{пл}}$ плавления металла;
3. удельную теплоту плавления λ металла.

Оцените погрешность полученных результатов.

Оборудование. Порция исследуемого металла на нитке и микропорция этого же металла в микропробирке; микропробирка с прикрепленной к ней термопарой и проволочным фиксатором; микропробирка с водой; пинцет; мультиметр; секундомер; весы; кусок проволоки для изготовления подставки под микропробирку; горячая вода в стакане (по требованию); салфетки для поддержания порядка; миллиметровая бумага (2 листа формата А4) для построения графиков.

Примечание. 1. При охлаждении расплава данного металла его кристаллизация начинается при температурах ниже температуры плавления, и даже при комнатной температуре он остается жидким, находясь в метастабильном (переохлажденном) состоянии. Для запуска процесса кристаллизации из этого состояния в расплав необходимо добавить микропорцию этого же твердого металла. 2. Удельная теплота плавления λ исследуемого металла лежит в диапазоне от 40 до 150 кДж/кг. 3. Не используйте горячую воду для определения плотности металла и не трогайте его руками (используйте пинцет). Тщательно планируйте эксперимент. Дополнительная порция металла вам выдаваться не будет!

▲ **Решение. Что происходит.** Это экспериментальная задача на две классические методики. Плотность — гидростатическим взвешиванием: весы под пробиркой с водой «чувствуют» силу Архимеда, с которой вода давит на погружённый металл, а по третьему закону Ньютона металл давит на воду с той же силой. Тепловые величины — по кривой

остывания: пока металл жидкий, он теряет тепло и остывает; пока кристаллизуется — теряет тепло с той же скоростью, но температура стоит. Отношение «тепло за секунду» одно и то же на обоих участках, поэтому ни масса, ни теплоотдача в ответ не войдут.

Обозначения. m — масса порции металла, V — её объём; Δm — прибавка показания весов при погружении; t — температура, τ — время; q — тепловая мощность, уходящая из пробирки в воздух; $\tau_к$ — длительность кристаллизации (площадки на графике).

Пункт 1. Плотность.

1.1. Масса. Взвешиваем порцию на весах: $m = 1{,}98$ г. Погрешность весов — 3 единицы последнего разряда, 0,03 г, то есть 1,5%.

1.2. Объём — гидростатическим взвешиванием. Ставим пробирку с водой на весы (в проволочной подставке) и записываем показание. Затем опускаем металл на нитке в воду так, чтобы он погрузился целиком и не касался дна и стенок (рис. 1). На металл действуют сила тяжести mg, натяжение нити T и сила Архимеда $F_A = \rho_0 g V$. По третьему закону Ньютона металл давит на воду вниз с силой F_A, и показание весов вырастает на

$$\Delta m\, g = F_A = \rho_0 g V \quad \Rightarrow \quad V = \frac{\Delta m}{\rho_0}.$$

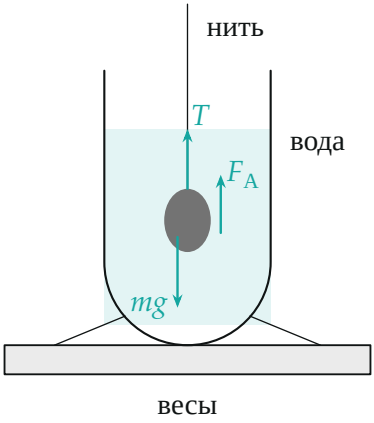

Рис. 1. Гидростатическое взвешивание: металл на нитке целиком в воде, не касается дна и стенок. Весы показывают прибавку $\Delta m = \rho_0 V$.

В опыте организаторов $\Delta m = 0{,}34$ г, $V = 0{,}34$ см^3. Прибавка мала, поэтому её относительная погрешность больше: $0{,}03/0{,}34 \approx 10\%$.

1.3. Плотность.

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m\rho_0}{\Delta m} = \frac{1{,}98}{0{,}34} = 5{,}8 \text{ г/см}^3,$$

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\Delta m_\text{в}}{m} + \frac{\Delta(\Delta m)}{\Delta m} \approx 1{,}5\% + 10\% \approx 11\%,$$

$\rho = (5{,}8 \pm 0{,}6)$ г/см^3. Металл с такой плотностью, плавящийся около 30°C, — галлий (табличная плотность 5,90 г/см^3).

Пункт 2. Температура плавления.

2.1. Как вести опыт. Металл кладём в микропробирку с термопарой и держим 5–7 минут в горячей воде (не ниже 65°C), пока он целиком не расплавится. Вынимаем, ставим в проволочную подставку на стол и каждые 10 с записываем показание термопары (рис. 2). Результат — таблица:

τ, с	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
t, °C	55	50	47	45	43	41	40	38	38	37

τ, с	100	110	120	130	140	150	160	170	180
t, °C	36	34	34	33	32	30	29	29	28

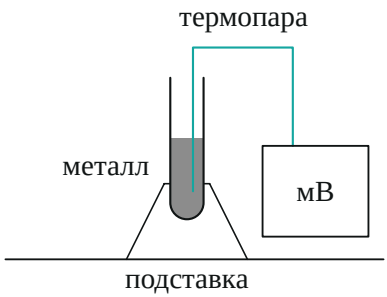

Рис. 2. Расплав в микропробирке с термопарой стоит на столе в проволочной подставке; мультиметр показывает температуру.

2.2. Переохлаждение и запуск кристаллизации. Расплав остывает почти до комнатной температуры и остаётся жидким — это метастабильное переохлаждённое состояние (примечание 1). Пинцетом бросаем в него микропорцию твёрдого металла. За несколько секунд температура поднимается до 28–30°C и стоит на месте долго, а потом снова медленно падает до комнатной (рис. 3).

Почему подскок: переохлаждённая жидкость, начав кристаллизоваться, выделяет теплоту кристаллизации и сама себя прогревает — до той температуры, при которой твёрдая и жидкая фазы сосуществуют. Это и есть температура плавления; пока в пробирке есть и жидкость, и кристалл, температура держится на ней. Значит,

$$t_{\text{пл}} = (29 \pm 2)^\circ\text{C},$$

погрешность — разброс площадки (28–30°C) и погрешность термопары.

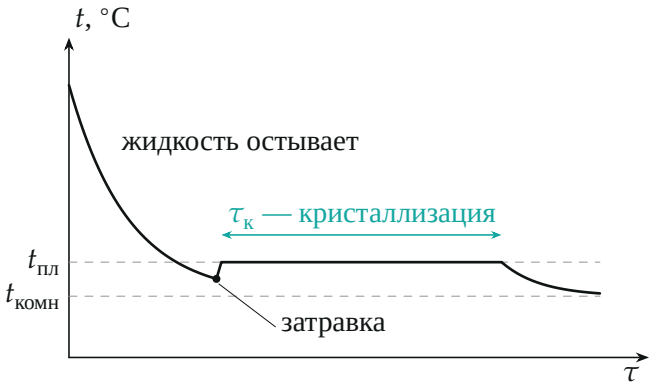

Рис. 3. Качественный ход опыта: остывание расплава, переохлаждение, затравка, площадка кристаллизации при $t_{пл}$, остывание твёрдого металла.

Пункт 3. Удельная теплота плавления.

3.1. Уравнение теплового баланса на двух участках. Пробирка отдаёт тепло воздуху с мощностью q, которая зависит только от разности

температур пробирки и комнаты. Сравним два участка с одной и той же температурой около $t_{пл}$ — значит, с одной и той же q.

Жидкий металл остывает: за время $\Delta\tau$ он отдаёт $cm\Delta t = q\Delta\tau$.

Металл кристаллизуется при $t_{пл}$ за время $\tau_к$: отдаёт теплоту кристаллизации $\lambda m = q\tau_к$.

Делим второе на первое — m и q сокращаются:

$$\lambda = c\,\frac{\Delta t}{\Delta\tau}\,\tau_к.$$

Нужна скорость остывания жидкости $\Delta t/\Delta\tau$ именно около $t_{пл}$ — поэтому берём последние точки таблицы, от 100 до 180 с (36 → 28°C).

3.2. Скорость остывания — по графику. Строим $t(\tau)$ (рис. 4) и проводим прямую методом наименьших квадратов через 9 последних точек:

$$\frac{\Delta t}{\Delta\tau} = (0{,}100 \pm 0{,}007)\ °\text{C/с} \approx (0{,}10 \pm 0{,}01)\ °\text{C/с}.$$

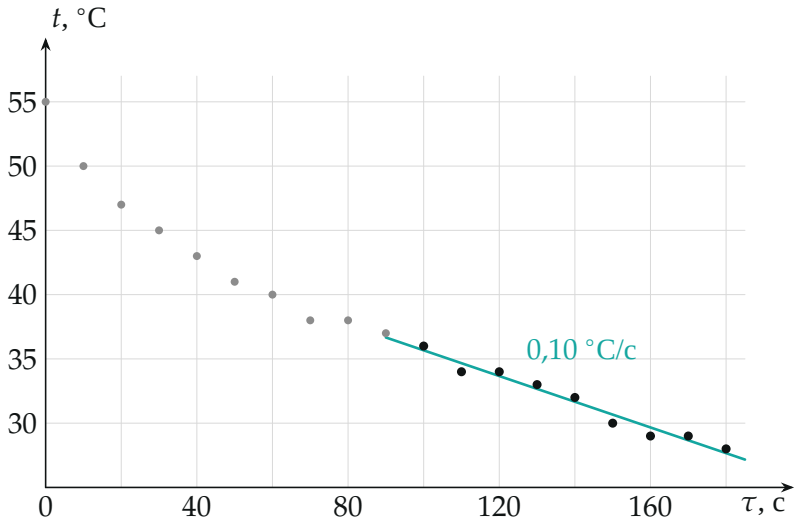

*Рис. 4. Остывание расплава по таблице. Прямая проведена методом наименьших квадратов через чёрные точки (*100–180 *с), наклон* 0,10 *°C/с.*

3.3. Длительность площадки и ответ. В опыте организаторов теплоте $\lambda = 74$ кДж/кг отвечает площадка

$$\tau_к = \frac{\lambda}{c\,\Delta t/\Delta\tau} \approx 30\text{ мин} = 1800\text{ с}, \qquad \lambda = 410\cdot 0{,}10\cdot 1800 \approx 74\text{ кДж/кг}.$$

У организаторов в тексте решения длительность площадки указана как 40–60 мин; с наклоном 0,10 °C/с она дала бы $\lambda = 98$–148 кДж/кг, что не сходится с их же ответом 74 кДж/кг и табличными 80 кДж/кг для галлия. Ответ 74 кДж/кг согласован с наклоном графика и с табличным значением, его и принимаем.

3.4. Погрешность. $\Delta t/\Delta\tau$ найден с точностью $\approx$ 7–10%, конец площадки на глаз определяется с точностью $\approx$ минуты (3%), c задано точно:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx 10\%, \qquad \lambda = (74 \pm 8)\text{ кДж/кг}.$$

Обратите внимание: скорость остывания надо брать у температуры плавления, а не в начале опыта. При 55°C пробирка остывает втрое быстрее (0,5 °C/с в первые 10 с), потому что теплоотдача растёт с разностью температур; с таким наклоном λ вышла бы завышенной в разы.

Проверка. Размерность: $\dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}}\cdot\dfrac{^\circ\text{C}}{\text{с}}\cdot\text{с} = \text{Дж/кг}$. Все три числа попадают в диапазоны условия (25–50°C, 40–150 кДж/кг) и близки к табличным для галлия: 5,90 г/см^3, 29,8°C, 80 кДж/кг.

Площадка кристаллизации — это «секундомер», который показывает, сколько теплоты ушло; цена его деления — скорость остывания жидкости рядом с площадкой.

Ответ. 1) $\rho = (5{,}8 \pm 0{,}6)$ г/см^3; 2) $t_{пл} = (29 \pm 2)^\circ$C; 3) $\lambda = c\,\dfrac{\Delta t}{\Delta\tau}\,\tau_к = (74 \pm 8)$ кДж/кг.