Газировка

Задача 10.1. [ВсОШ 2019/20, региональный этап, 10 класс, задача 10.1] «Газировка».

С помощью выданного вам оборудования определите давление воды внутри бутылки газировки. Считайте, что внутри бутылки находится углекислый газ в газообразном состоянии и вода с растворённым в ней углекислым газом. Согласно закону Генри количество газа, растворённого в жидкости, над которой находится этот же газ, прямо пропорционально давлению этого газа: $\nu = \alpha V P$, где V — объём жидкости, P — давление газа, $\alpha = 3{,}5 \cdot 10^{-4}$ моль/(Па·м^3) для углекислого газа, растворяемого в воде. Атмосферное давление $P_0 = 10^5$ Па, комнатную температуру считайте равной $T = 300$ К, малярная масса углекислого газа $M = 44$ г/моль. В первой части работы оценивать погрешность не нужно.

1. Часть 1 (8 баллов). Определите давление воды внутри бутылки газировки.
2. Часть 2 (7 баллов). С помощью выданного вам оборудования проверьте справедливость закона Генри, получив три точки для зависимости количества растворённого газа от давления: одну — при атмосферном давлении, вторую — при давлении больше атмосферного и третью — при давлении меньше атмосферного. Подробно опишите ваши действия и вычислите значение коэффициента α, сравнив его с данным в условии.

Оборудование: две бутылки с газированной водой, стаканчик, шприц объёмом 20 мл, затычка для шприца, салфетки для поддержания чистоты рабочего места.

Примечания: 1) Рекомендуем одну бутылку использовать для пробных экспериментов, а вторую — для итогового. Не рекомендуем трясти бутылку перед тем, как её открывать. 2) Если вода находится в спокойном состоянии, то концентрация растворённого в ней газа приходит в равновесное состояние за относительно длительное время, но если воду перемешивать или взбалтывать, то равновесное состояние устанавливается гораздо быстрее.

▲ **Решение. Что происходит.** Это экспериментальная задача на уравнение состояния газа и закон Генри. Растворённый газ «помнит» давление,

при котором вода с ним уравновесилась: в закрытой бутылке давление высокое, газа растворено много. Если взять порцию такой воды в шприц и дать ей уравновеситься с атмосферным давлением, излишек газа выйдет пузырями под поршень, и по объёму этого газа можно восстановить давление в бутылке. Во второй части тот же шприц с водой уравновешивают при давлениях выше и ниже атмосферного и смотрят, как меняется количество свободного газа, — это и есть проверка закона Генри.

Обозначения. $V_в$ — объём воды в шприце; $V_г$ — объём свободного газа под поршнем при атмосферном давлении; $V'_г$ — объём газа под поршнем, пока давление в шприце $P \neq P_0$; $P_б$ — давление в бутылке; $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

Часть 1. Давление в бутылке.

1. Опыт. Открываем бутылку и сразу набираем в пустой шприц около 5 мл газировки, кончик сразу закрываем затычкой (рис. 1, а). Концентрация газа в воде меняется медленно, поэтому в шприце она та же, что была в закрытой бутылке, — соответствует давлению $P_б$. Встряхиваем шприц около 10 минут; поршень свободно ходит, поэтому давление в шприце всё время атмосферное. Растворённый газ выходит, собирается над водой, пока его концентрация не станет равновесной для P_0 (рис. 1, б). Измерено: $V_в = 4$ мл, $V_г = 6$ мл.

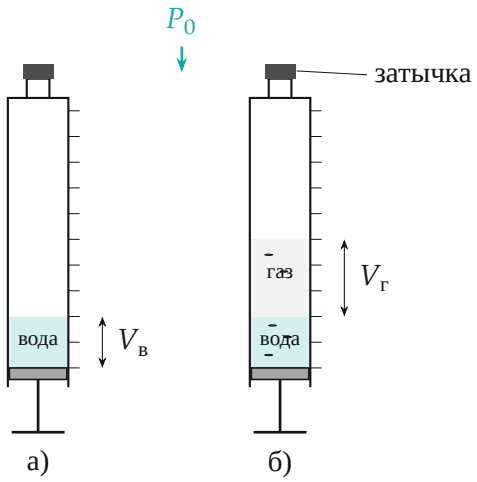

Рис. 1. Часть 1: а) сразу после набора — 4 мл воды из бутылки; б) после

встряхивания при атмосферном давлении — над водой 6 мл вышедшего газа. Шкала шприца — через 2 мл.

2. Расчёт. Количество газа, растворённого в этой порции воды в бутылке, по закону Генри $\nu_0 = \alpha V_в P_б$. После равновесия в шприце в воде остаётся $\alpha V_в P_0$, а остальное — свободный газ, для которого уравнение Менделеева — Клапейрона $P_0 V_г = \nu_г RT$. Газ никуда не делся:

$$\alpha V_в P_б = \alpha V_в P_0 + \frac{P_0 V_г}{RT} \;\Rightarrow\; P_б = P_0 \left(1 + \frac{V_г}{\alpha RT\, V_в}\right).$$

Безразмерная комбинация $\alpha RT = 3{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot 8{,}31 \cdot 300 = 0{,}873$: при любом давлении в воде растворено столько газа, сколько при том же давлении заняло бы 0,87 её объёма. Тогда

$$P_б = 10^5 \left(1 + \frac{6}{0{,}873 \cdot 4}\right) \text{ Па} = 2{,}7 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Часть 2. Проверка закона Генри.

3. Как получить давление выше атмосферного. Берём шприц, оставшийся после части 1 (затычка на месте, при P_0 газа $V_{г0} = 6$ мл). С заметным усилием давим на поршень и, не отпуская, потряхиваем около 10 минут — вода уравновешивается при повышенном давлении P, часть газа растворяется. Читаем объём газа $V'_г$, пока давим (рис. 2, в). Затем отпускаем поршень и *сразу* читаем объём того же газа при атмосферном давлении $V_г$ (рис. 2, г): за секунды концентрация в воде не меняется, и количество свободного газа то же. Закон Бойля — Мариотта для этой порции газа даёт давление, при котором уравновесилась вода:

$$PV'_г = P_0 V_г \;\Rightarrow\; \frac{P}{P_0} = \frac{V_г}{V'_г}.$$

Давление ниже атмосферного — так же, только поршень тянем наружу (рис. 2, д, е).

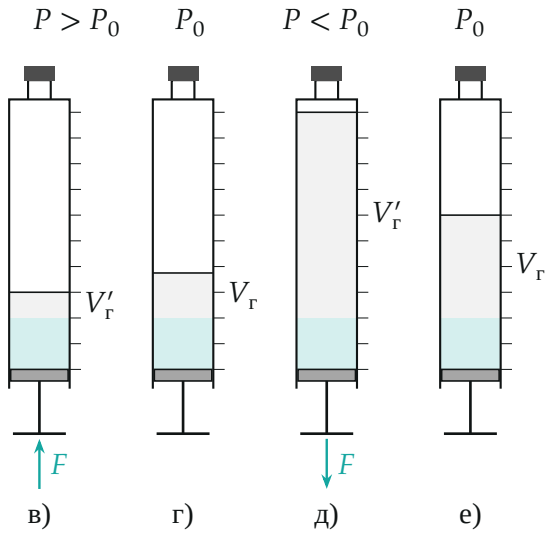

Рис. 2. Часть 2: в) давим на поршень, газа над водой 2,0 мл; г) сразу после отпускания — 3,5 мл; д) тянем поршень, газа 16 мл; е) сразу после отпускания — 8,0 мл. Вода во всех — 4 мл.

4. Что откладывать. Полное количество углекислого газа в шприце (свободный + растворённый) постоянно. После уравновешивания при давлении P растворено $\alpha V_в P$, свободного — $P_0 V_г/(RT)$:

$$\frac{P_0 V_г}{RT} + \alpha V_в P = \text{const} \;\Rightarrow\; V_г = \text{const} - \alpha RT\, V_в \cdot \frac{V_г}{V'_г}.$$

Если закон Генри верен, точки $(V_г/V'_г;\ V_г)$ ложатся на прямую с угловым коэффициентом $k = -\alpha RT\, V_в$. Точка при атмосферном давлении — $(1;\ 6{,}0$ мл$)$.

5. Данные. Погрешность отсчёта объёма по шкале $\Delta V = 0{,}5$ мл, погрешность отношения $\Delta(V_г/V'_г) = \dfrac{V_г}{V'_г}\left(\dfrac{\Delta V}{V_г} + \dfrac{\Delta V}{V'_г}\right)$:

опыт	$V_г$, мл	$V'_г$, мл	$P/P_0 = V_г/V'_г$	$\Delta(V_г/V'_г)$
$P > P_0$	3,5	2,0	1,75	0,69
$P = P_0$	6,0	—	1,00	—
$P < P_0$	8,0	16,0	0,50	0,05

(в таблице организаторов в первой строке отношение напечатано как −0,75; на их графике и по самим объёмам это 1,75).

6. Прямая по трём точкам. Метод наименьших квадратов (python): $k = -3{,}58$ мл, свободный член 9,71 мл; точки отклоняются от прямой меньше чем на 0,1 мл — меньше погрешности отсчёта. Крайние прямые, проходящие через «кресты» погрешностей (рис. 3), имеют наклоны −8,3 и −2,7 мл, отсюда $\Delta k \approx (8{,}3 - 2{,}7)/2 = 2{,}8$ мл.

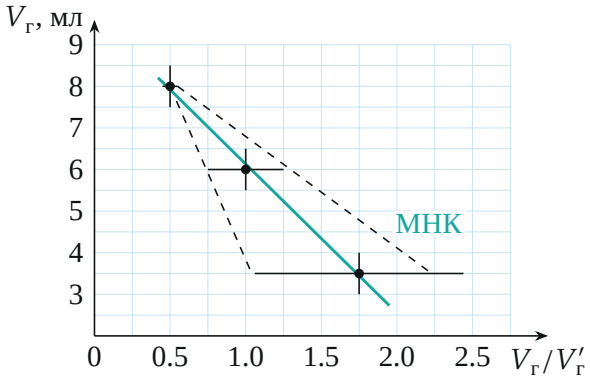

Рис. 3. Объём свободного газа при атмосферном давлении в зависимости от давления уравновешивания $P/P_0 = V_г/V'_г$. Бирюзовая — прямая МНК, пунктир — крайние прямые через кресты погрешностей.

7. Коэффициент Генри.

$$\alpha = -\frac{k}{RT\,V_в} = \frac{3{,}58}{8{,}31 \cdot 300 \cdot 4}\ \frac{\text{моль}}{\text{Па} \cdot \text{м}^3} = 3{,}6 \cdot 10^{-4}\ \frac{\text{моль}}{\text{Па} \cdot \text{м}^3}$$

(объёмы в k и $V_в$ в одних единицах — миллилитры сокращаются). Относительная погрешность $\varepsilon_\alpha = \dfrac{\Delta k}{|k|} + \dfrac{\Delta V_в}{V_в} = \dfrac{2{,}8}{3{,}58} + \dfrac{0{,}5}{4} \approx 0{,}9$, то есть $\alpha = (3{,}6 \pm 3) \cdot 10^{-4}$ моль/(Па·м^3). Табличное $3{,}5 \cdot 10^{-4}$ лежит в этом интервале (и почти совпадает с центром), три точки на одной прямой — закон Генри подтверждается.

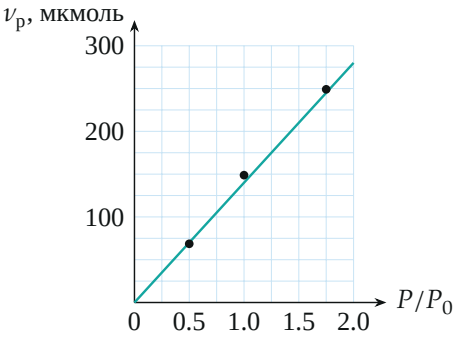

Рис. 4. Растворённый газ в 4 мл воды: бирюзовая — закон Генри $\nu_р = \alpha V_в P$ с табличным α, точки — опыт (растворённое = полное − свободное; полное взято из прямой МНК: $P_0 \cdot 9{,}71$ мл$/(RT)$).

Обратите внимание. Отсчёт $V_г$ после отпускания поршня делают *сразу*: пока газ не успел снова раствориться или выйти, он помнит давление P, при котором уравновешивался. Если подождать, все три опыта дадут одну и ту же точку при P_0.

Соберём ответ. $P_б = P_0\left(1 + \dfrac{V_г}{\alpha RTV_в}\right) \approx 2{,}7 \cdot 10^5$ Па; $\alpha = -k/(RTV_в) \approx (3{,}6 \pm 3) \cdot 10^{-4}$ моль/(Па·м^3).

Проверка. Размерность: αRT — (моль/(Па·м^3))·(Дж/моль) = Дж/(Па·м^3) — безразмерно, так что $V_г/(\alpha RTV_в)$ безразмерно — верно. Согласованность частей: прямая МНК при $P/P_0 = 2{,}72$ (бутылка) даёт $V_г = 9{,}71 - 3{,}58 \cdot 2{,}72 = 0{,}0$ мл — в момент набора свободного газа в шприце действительно не было. Давление 2,7 атм — обычное для бутылки газировки.

Растворённый газ — «память» о давлении: по выделившемуся пузырю восстанавливается давление, при котором вода с газом была в равновесии.

Ответ. 1) $P_б = P_0\left(1 + \dfrac{V_г}{\alpha RTV_в}\right) \approx 2{,}7 \cdot 10^5$ Па (при $V_в = 4$ мл, $V_г = 6$ мл); 2) точки ложатся на прямую $V_г = \text{const} - \alpha RTV_в \cdot P/P_0$, $\alpha \approx (3{,}6 \pm 3) \cdot 10^{-4}$ моль/(Па·м^3) — совпадает с данным в условии $3{,}5 \cdot 10^{-4}$.