# Обрывок из архива Кельвина

**Задача 3.** [ВсОШ 2019/20, региональный этап, 11 класс, задача 3] «Обрывок из архива Кельвина».

Говорят, что в архиве лорда Кельвина нашли диаграмму (см. рис.) квазистатического циклического процесса тепловой машины, рабочим телом которой являлось неизвестное вещество. Диаграмма процесса была построена в непривычных координатах $T(Q)$ ($T$ — температура, $Q$ — количество подведённой теплоты) и имела вид ломаной линии *abcdeb*. От времени чернила выцвели и координатные оси исчезли, однако из пояснений к рисунку следовало, что каждый отрезок на рисунке параллелен одной из осей координат. Восстановите построением положение осей $Q$ и $T$ и укажите их направления. Опишите ваш способ построения и нарисуйте в работе диаграмму с осями координат и вспомогательными линиями, использованными при построении.

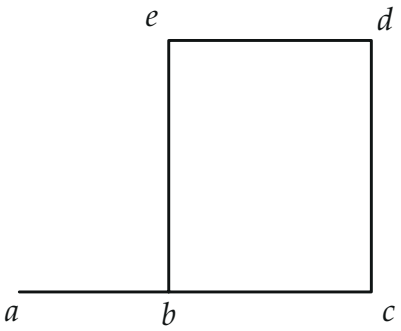


*Рис. 1. Рисунок условия.*

▲ **Решение. Что происходит.** Отрезок, параллельный оси $Q$, — процесс при постоянной температуре (изотерма), параллельный оси $T$ — процесс без подвода теплоты (адиабата). Цикл из двух изотерм и двух адиабат — цикл Карно, а для него теплоты и температуры связаны: $Q_н/T_н = Q_х/T_х$. Эта пропорция и позволяет найти, где на рисунке $T = 0$. Ключ к задаче — помнить, что $Q$ на диаграмме — теплота, подведённая с самого начала, и за цикл она меняется на совершённую работу, а не возвра-

щается к прежнему значению. Это задача на первое начало термодинамики и цикл Карно.

**Обозначения.** $T_н$, $T_х$ — температуры нагревателя и холодильника, $Q_н$ — теплота, полученная на горячей изотерме, $Q_х$ — отданная на холодной, $A = Q_н - Q_х$ — работа за цикл; $|xy|$ — длина отрезка $xy$ на рисунке.

**1. Где изотермы, где адиабаты.** Ломаная — замкнутый прямоугольник $bcde$ и «хвост» $ab$. Процесс начинается в точке $a$: там подведённая теплота $Q = 0$.

Пусть отрезки $abc$ и $ed$ параллельны оси $T$. Тогда на $abc$ теплота не подводится, и в точках $a$, $b$, $c$ одинаковое $Q = 0$; дальше изотерма $cd$, адиабата $de$ и изотерма $eb$ — и мы вернулись в точку $b$ на оси $T$, снова с $Q = 0$. Значит, за цикл суммарная подведённая теплота равна нулю, по первому началу работа $A = 0$ — а у тепловой машины на изотермах с разными температурами $A > 0$. Этот вариант невозможен.

Остаётся: отрезки $abc$ и $ed$ параллельны оси $Q$ — изотермы, $cd$ и $eb$ параллельны оси $T$ — адиабаты. Ось $T$ — линия $Q = 0$ — проходит через начальную точку $a$ перпендикулярно $abc$.

**2. Как идёт цикл.** Рабочее тело из состояния $a$ на изотерме $abc$ получает теплоту $Q_н = |ac|$ (в масштабе оси $Q$), на адиабате $cd$ остывает, на изотерме $de$ отдаёт $Q_х = |ed|$ и по адиабате $eb$ возвращается на горячую изотерму. Цикл Карно замыкается в исходном *состоянии* $a$, но на диаграмме конец пути — точка с $Q = Q_н - Q_х = A$: подведённая за цикл теплота равна работе. Она и попадает в точку $b$ на отрезке $ac$ (рис. 2):

$$|ab| = A = Q_н - Q_х = |ac| - |ed|.$$

По рисунку $|ac| - |ed| = |bc| - |ed| + |ab| = |ab|$ — сходится, ведь $|bc| = |ed|$. Работа положительна, значит, $Q$ растёт от $a$ к $b$ и $c$: *ось $Q$ направлена от $a$ к $c$*, а изотерма $abc$, где теплота подводится, — горячая.

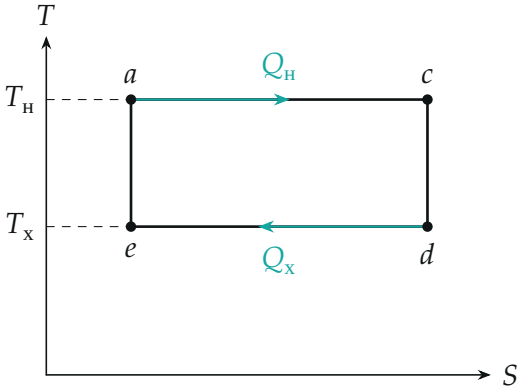


*Рис. 2. Тот же цикл Карно в привычных координатах T–S: из состояния a на горячей изотерме и обратно в a. На диаграмме $T(Q)$ последняя адиабата кончается не в a, а в точке b с $Q = Q_н - Q_х$.*

**3. Где ноль температуры.** Для цикла Карно КПД

$$\eta = 1 - \frac{Q_х}{Q_н} = 1 - \frac{T_х}{T_н} \quad \Rightarrow \quad \frac{Q_х}{Q_н} = \frac{T_х}{T_н}.$$

Введём координаты: $a = (T_н, 0)$, $c = (T_н, Q_н)$, $d = (T_х, Q_н)$, $e = (T_х, Q_н - Q_х)$ — первая координата $T$, вторая $Q$. Прямая через $a$ и $e$ на оси $Q$ (при $T = 0$) проходит на высоте

$$Q_f = \frac{(Q_н - Q_х)\,T_н}{T_н - T_х} = \frac{Q_н\,(1 - T_х/T_н)\,T_н}{T_н - T_х} = Q_н,$$

то есть ровно на прямой $cd$ ($Q = Q_н$). Значит, *прямые ae и cd пересекаются на оси Q*.

**4. Построение** (рис. 3).

1. Продолжаем отрезок $dc$ за точку $d$ и проводим прямую через $a$ и $e$; они пересекаются в точке $f$.
2. Через $f$ проводим прямую, параллельную $abc$, — это ось $Q$, направлена от $a$ к $c$ (на рисунке — вправо).
3. Через $a$ проводим прямую, перпендикулярную $abc$, — это ось $T$. Её пересечение с осью $Q$ — начало координат $O$ ($T = 0$, $Q = 0$).

Ось $T$ направлена от $O$ к $a$: $T_н > T_х > 0$, горячая изотерма $abc$ дальше от $O$, чем холодная $ed$.

На рисунке условия ось $Q$ оказывается выше отрезка $ed$ и направлена вправо, а ось $T$ проходит через $a$ и направлена вниз.

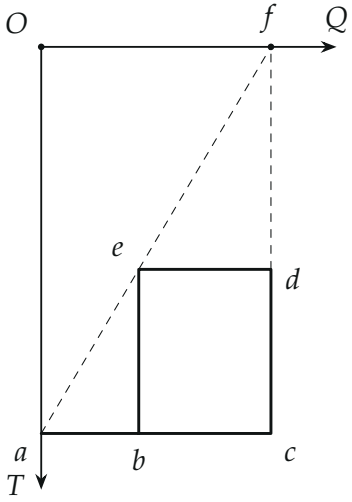


*Рис. 3. Построение на рисунке условия: пунктир — продолжения $ae$ и $dc$, их пересечение $f$ лежит на оси $Q$; ось $T$ — через $a$ перпендикулярно $abc$, начало координат $O$.*

Повернём рисунок так, чтобы ось $T$ смотрела вправо, а ось $Q$ вверх, — получится привычный вид (рис. 4).

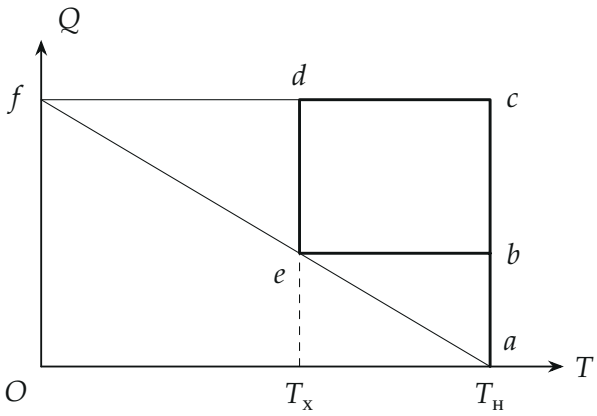

*Рис. 4. Восстановленная диаграмма в привычной ориентации: $T$ вправо, $Q$ вверх. Изотермы $abc$ и $ed$ вертикальны, адиабаты $cd$ и $eb$ горизонтальны; прямая $fa$ проходит через $e$.*

**Обратите внимание.** Замкнутый прямоугольник на диаграмме $T(Q)$ не означает, что теплота «вернулась»: координата $Q$ копит подведённую теплоту, и за цикл она выросла на $A$. Именно поэтому цикл начинается в $a$, а на рисунке «замыкается» в $b$.

**Проверка.** По рисунку условия $|ed|/|ac| = 2{,}82/4{,}90 = 0{,}576$, а по построению $T_\text{х}/T_\text{н}$ — отношение расстояний от оси $Q$ до $ed$ и до $abc$ — равно $4{,}75/8{,}25 = 0{,}576$ — пропорция Карно выполнена. КПД машины $\eta = |ab|/|ac| = 2{,}08/4{,}90 \approx 0{,}42$.

**Ответ.** Отрезки $abc$ и $ed$ — изотермы (параллельны оси $Q$), $cd$ и $eb$ — адиабаты (параллельны оси $T$). Ось $T$ проходит через точку $a$ перпендикулярно $abc$; ось $Q$ параллельна $abc$ и проходит через точку $f$ пересечения прямых $ae$ и $cd$; их пересечение — начало координат. Ось $Q$ направлена от $a$ к $c$, ось $T$ — от начала координат к точке $a$ (на рисунке условия — вниз).