Определение удельной теплоты испарения жидкого азота

Задача 8. [ВсОШ 2020/21, региональный этап, 11 класс, задача 8] «Определение удельной теплоты испарения жидкого азота».

Цель эксперимента — определение удельной теплоты испарения жидкого азота при атмосферном давлении. Масса алюминиевого цилиндра $m_{\text{Al}} = 69$ г, начальная масса контейнера с азотом $M = 250$ г, температура помещения 23°C. Температура кипения азота — минус 196°C.

Жидкий азот, налитый в пенопластовый контейнер, из-за теплообмена с окружающей средой испаряется. При погружении в азот алюминиевого цилиндра, имевшего температуру помещения, азот начинает активно кипеть. Масса M контейнера с азотом фиксируется весами. Показания весов (мин:с; г) приведены в таблице:

t, мин:с	0:00	0:49	1:32	2:05	2:41	3:22	4:06	4:50
M, г	250	246	242	238	234	230	226	222

t, мин:с	5:23	5:52	6:07	6:30	6:54	7:25	7:48	8:20
M, г	218	274	264	254	244	232	229	224

t, мин:с	8:49	9:33	10:15	10:55	11:37	12:20	13:05
M, г	219	215	211	207	203	199	195

Удельная теплоёмкость алюминия зависит от температуры (график):

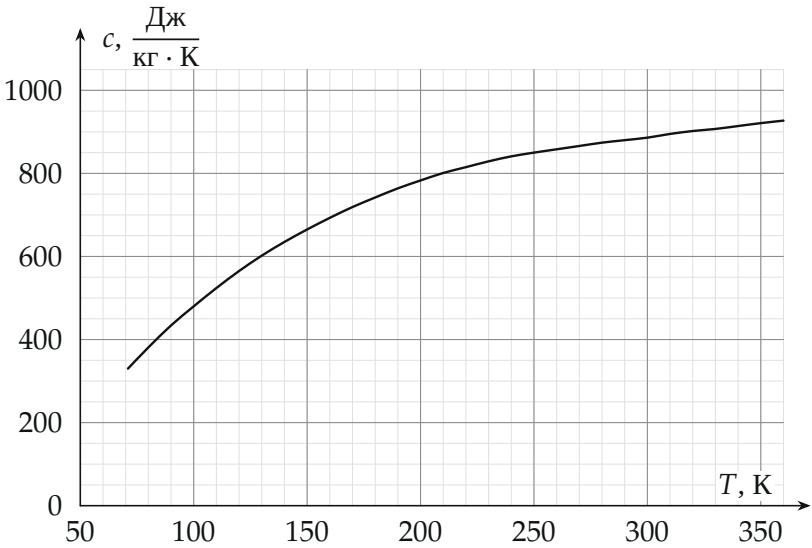

Рис. 1. Удельная теплоёмкость алюминия от температуры (рисунок условия; кривая снята с графика организаторов).

▲ **Решение.** **Что происходит.** Азот всё время понемногу выкипает от тепла комнаты — масса контейнера убывает почти равномерно. Опущенный цилиндр сразу добавляет на весы свои 69 г и, остывая от комнатной температуры до температуры кипения азота, отдаёт теплоту Q, которая выкипятит дополнительную массу азота m_N. Главная трудность — отделить m_N от фонового испарения и от скачка показаний весов, а Q найти площадью под графиком $c(T)$: теплоёмкость меняется втрое. Это задача-эксперимент на уравнение теплового баланса с обработкой графиков.

Обозначения. $t_0 \approx 337$ с — момент погружения цилиндра (между отсчётами 5:23 и 5:52); $T_1 = 296$ К — комнатная температура, $T_2 = 77$ К — температура кипения азота; m_N — масса азота, выкипевшего за счёт тепла цилиндра; λ — удельная теплота испарения.

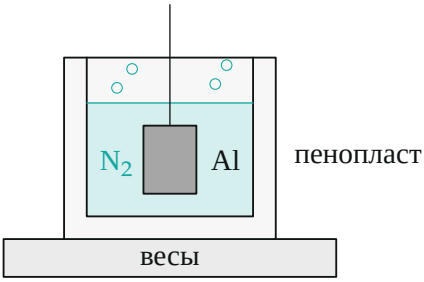

Рис. 2. Схема опыта: контейнер из пенопласта с жидким азотом на весах; цилиндр опущен в азот.

1. Графики массы. Переведём время в секунды и построим $M(t)$ (рис. 3). Участки:

- до погружения, $0 \le t \le 323$ с: точки лежат на прямой (метод наименьших квадратов) $M = 250{,}5 - 0{,}0999\,t$ — фоновое испарение $\approx 0{,}100$ г/с;
- после погружения — скачок вверх на массу цилиндра и бурное кипение до $t \approx 530$ с (8:49);
- от 529 с до конца: снова прямая $M = 269{,}1 - 0{,}0946\,t$ — цилиндр уже остыл до 77 К, азот выкипает только от тепла комнаты (0,095 г/с; чуть медленнее, чем в начале, — азота стало меньше).

Отсчёты 7:48 и 8:20 ещё лежат выше этой прямой: цилиндр в конце остывает медленно, кипение затухает постепенно. Поэтому прямую «после» проводим только по точкам, где кипение точно закончилось.

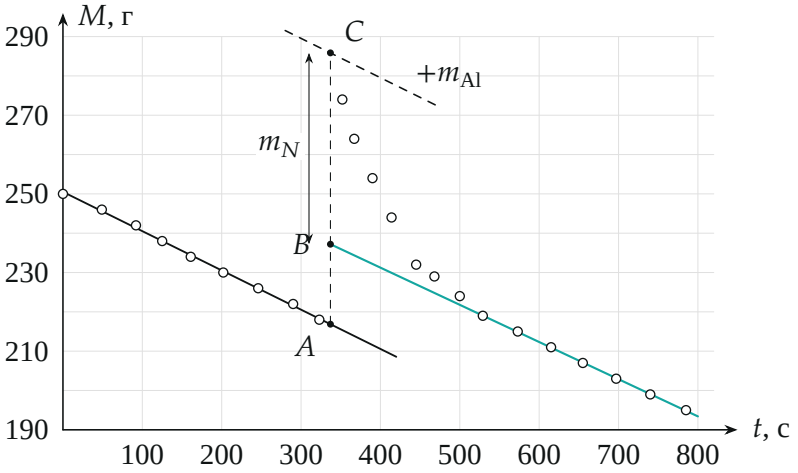

Рис. 3. Показания весов. Чёрная прямая — фоновое испарение до погружения, пунктир — та же прямая, поднятая на $m_{Al} = 69$ г; бирюзовая — фон после остывания цилиндра. В момент погружения t_0: $AC = m_{Al}$, $BC = m_N$.

2. Масса азота, выкипевшего от цилиндра. Если бы цилиндр не охлаждался, после погружения показания шли бы по прямой «до», поднятой на m_{Al} (пунктир на рис. 3). Фактически они ушли на бирюзовую прямую. Обе прямые описывают одно и то же фоновое испарение, поэтому вертикальный зазор между ними — масса, выкипевшая только из-за цилиндра. В момент погружения $t_0 = 337$ с:

$$M_C = 250{,}5 - 0{,}0999 \cdot 337 + 69 = 285{,}9 \text{ г},$$

$$M_B = 269{,}1 - 0{,}0946 \cdot 337 = 237{,}2 \text{ г},$$

$$m_N = M_C - M_B \approx 48{,}7 \text{ г}.$$

Зазор почти не зависит от выбора момента: при $t = 380$ с он 48,4 г — наклоны прямых близки. Примем $m_N \approx 48{,}5$ г.

3. Теплота, отданная цилиндром. Теплоёмкость зависит от температуры, поэтому разобьём остывание на малые интервалы dT: на каждом цилиндр отдаёт $dQ = m_{\text{Al}}\, c(T)\, dT$. Сумма от $T_2 = 77$ K до $T_1 = 296$ K

— площадь под графиком $c(T)$ (рис. 4):

$$Q = m_{\text{Al}} \int_{T_2}^{T_1} c(T)\, dT.$$

Счёт площади по снятой кривой (трапециями с шагом 10 K) даёт $\int_{77}^{296} c\, dT \approx 1{,}57 \cdot 10^5$ Дж/кг, то есть средняя теплоёмкость ≈ 720 Дж/(кг·K). Тогда

$$Q \approx 0{,}069 \cdot 1{,}57 \cdot 10^5 \text{ Дж} \approx 10{,}8 \text{ кДж}.$$

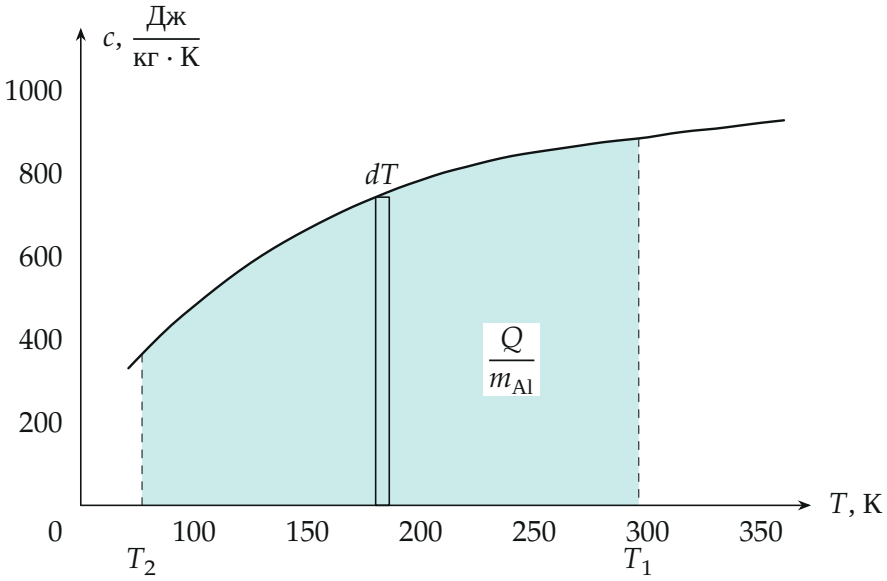

Рис. 4. Теплота, отданная одним килограммом алюминия при остывании от $T_1 = 296$ K до $T_2 = 77$ K, — площадь под кривой $c(T)$; узкая полоска — вклад $c\,dT$ интервала dT.

4. Тепловой баланс. Контейнер из пенопласта, теплоту цилиндра забирает только кипящий азот (фон от комнаты мы уже вычли на шаге 2):

$$Q = \lambda m_N \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{Q}{m_N} = \frac{10{,}8 \cdot 10^3}{48{,}5 \cdot 10^{-3}} \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \approx 2{,}2 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \approx 223 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

Обратите внимание. Нельзя брать за m_N просто убыль массы за время кипения: в ней сидят и 69 г цилиндра (весы их «показали» скачком), и фоновое испарение. И нельзя брать одну теплоёмкость $c \approx 900$ Дж/(кг·К) из таблиц для комнатной температуры: она даст $Q \approx 13{,}6$ кДж и λ на четверть больше.

Проверка. Размерность: $[mcT/m] =$ Дж/кг. Табличное значение удельной теплоты испарения азота — 199 кДж/кг; полученные 223 кДж/кг на 12 % больше — разумно: часть холода цилиндр отдаёт не азоту, а парам и стенкам, и бурное кипение разбрызгивает жидкость. Второй способ для m_N без прямых: от последнего отсчёта до погружения (323 с, 218 г) до 529 с (219 г) прошло 206 с; с цилиндром на весах ожидалось бы $218 + 69 - 0{,}097 \cdot 206 = 267$ г, измерено 219 г — разница 48 г, то же.

Ответ. $\lambda = \dfrac{m_{\text{Al}} \int_{T_2}^{T_1} c\,dT}{m_N} \approx \dfrac{10{,}8 \text{ кДж}}{48{,}5 \text{ г}} \approx 2{,}2 \cdot 10^5$ Дж/кг (≈ 223 кДж/кг).