Испарение азота (1)

Задача 8. [ВсОШ 2020/21, региональный этап, 9 класс, задача 8] «Испарение азота (1)».

В стакан, установленный на весах, налит жидкий азот. Из-за теплообмена с окружающей средой азот выкипает и показания весов уменьшаются. В некоторый момент времени в стакан опускают цилиндр, имеющий комнатную температуру $t_0 = +24°\text{C}$. Зависимость показания весов от времени приведена в таблице.

τ, мин	0	1	2	3	4	5	6
m, г	250,0	244,0	238,0	232,0	289,5	270,5	251,5
τ, мин	7	8	9	10	11	12	
m, г	232,5	220,0	214,0	208,0	202,0	196,0	

1. Постройте график зависимости $m(\tau)$.
2. Определите удельную теплоту λ испарения азота.

Температура кипения азота $t_к = -196°\text{C}$, масса цилиндра $M = 70$ г. Зависимость удельной теплоёмкости материала цилиндра от температуры в диапазоне от $-200°\text{C}$ до $+50°\text{C}$ линейная, при этом удельная теплоёмкость при $-200°\text{C}$ равна 300 Дж/(кг·°C), а при $+50°\text{C}$ равна 1200 Дж/(кг·°C).

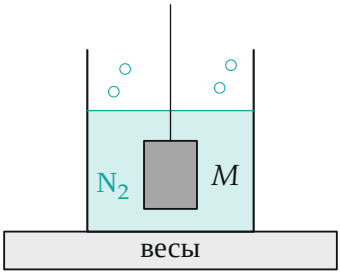

Рис. 1. Поясняющий рисунок: стакан с жидким азотом на весах, в азот опущен цилиндр массы M.

▲ **Решение. Что происходит.** Азот всё время выкипает от тепла комнаты — показания весов убывают равномерно. Опущенный цилиндр сразу добавляет на весы свои 70 г, а остывая от $+24°\text{C}$ до $-196°\text{C}$, отдаёт

теплоту Q и выкипячивает дополнительную массу азота Δm. Когда цилиндр остыл, снова идёт только фоновое испарение. Это задача на уравнение теплового баланса с обработкой графика: Δm берём из графика, Q — через среднюю теплоёмкость.

Обозначения. μ — скорость фонового испарения (г/мин), τ_1 — момент погружения цилиндра, Δm — масса азота, выкипевшая из-за цилиндра, Q — теплота, отданная цилиндром, $c(t)$ — удельная теплоёмкость материала цилиндра.

Пункт 1. График. Нанесём точки таблицы (рис. 2). Они ложатся на три прямые:

- $0 \le \tau \le 3$ мин: каждую минуту -6 г, $m = 250 - 6\tau$ — только фоновое испарение, $\mu = 6$ г/мин;
- $4 \le \tau \le 7$ мин: каждую минуту -19 г, $m = 365{,}5 - 19\tau$ — цилиндр на весах и бурно кипятит азот;
- $8 \le \tau \le 12$ мин: снова -6 г/мин, $m = 268 - 6\tau$ — цилиндр остыл, осталось фоновое испарение.

Момент погружения — где прямая «до», поднятая скачком на массу цилиндра 70 г, встречает крутую прямую:

$$250 - 6\tau_1 + 70 = 365{,}5 - 19\tau_1 \quad \Rightarrow \quad \tau_1 = 3{,}5 \text{ мин}.$$

Конец бурного кипения — где крутая прямая встречает прямую «после»: $365{,}5 - 19\tau_2 = 268 - 6\tau_2$, $\tau_2 = 7{,}5$ мин.

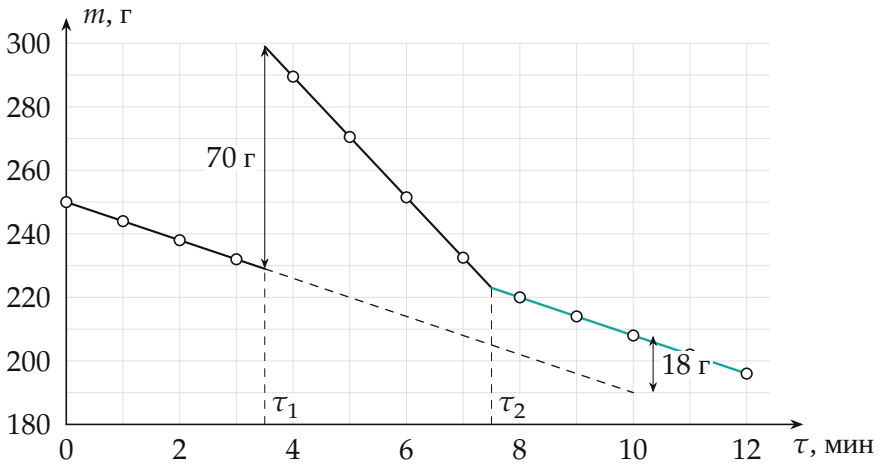

Рис. 2. Показания весов (кружки — таблица). Чёрная прямая — фоновое испарение до погружения, пунктир — её продолжение (весы без цилиндра); бирюзовая — фон после остывания цилиндра. Скачок в τ_1 — масса цилиндра 70 г.

Пункт 2. Удельная теплота испарения.

1. Масса азота, выкипевшего из-за цилиндра. До погружения и после остывания цилиндра азот теряет одинаковые 6 г/мин — прямые «до» и «после» параллельны. Если бы цилиндр не отдавал тепла, после погружения показания шли бы по прямой «до», поднятой на $M = 70$ г. Реально они идут по прямой «после», которая выше прямой «до» всего на

$$(268 - 6\tau) - (250 - 6\tau) = 18 \text{ г}$$

(рис. 2, справа). Значит, из-за цилиндра дополнительно выкипело

$$\Delta m = M - 18 \text{ г} = 70 \text{ г} - 18 \text{ г} = 52 \text{ г}.$$

Ответ не зависит от того, в какой момент сравнивать прямые: они параллельны (рис. 3).

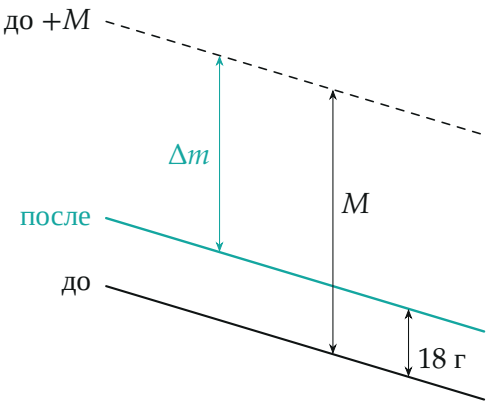

Рис. 3. Три параллельные прямые: «до», «до» с добавленной массой цилиндра и «после». Зазор Δm между двумя верхними — азот, выкипевший из-за цилиндра; $\Delta m = M - 18$ г.

2. Теплота, отданная цилиндром. Теплоёмкость меняется с температурой, поэтому разобьём остывание на малые интервалы dt: на каждом цилиндр отдаёт $c(t)\,M\,dt$. Сумма — площадь под графиком $c(t)$ от $t_к$ до t_0 (рис. 4). График линейный, площадь — трапеция, и она равна средней теплоёмкости, умноженной на ширину:

$$Q = M\,\frac{c(t_к) + c(t_0)}{2}\,(t_0 - t_к).$$

Наклон прямой $c(t)$: $\dfrac{1200 - 300}{50 - (-200)} = 3{,}6$ Дж/(кг·°C^2). Тогда

$$c(t_к) = 300 + 3{,}6 \cdot 4 = 314{,}4\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}},$$

$$c(t_0) = 300 + 3{,}6 \cdot 224 = 1106{,}4\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}},$$

средняя $c_{ср} = 710{,}4$ Дж/(кг·°C) — это теплоёмкость при средней температуре -86°C, и

$$Q = 0{,}070 \cdot 710{,}4 \cdot 220\ \text{Дж} \approx 1{,}09 \cdot 10^4\ \text{Дж}.$$

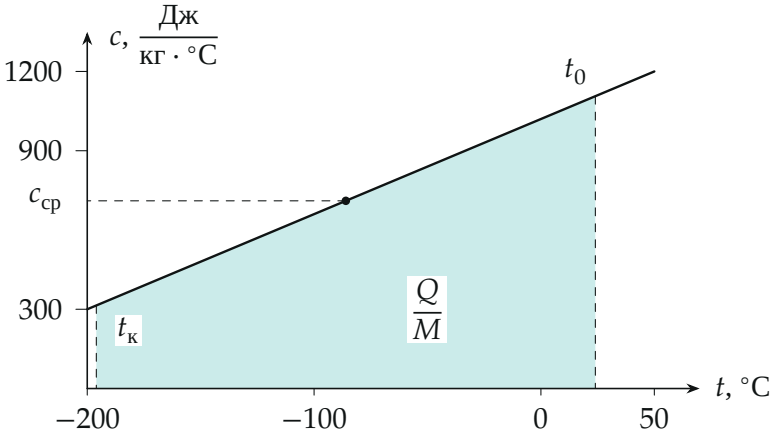

Рис. 4. Удельная теплоёмкость материала цилиндра. Площадь трапеции под прямой от $t_к = -196°C$ до $t_0 = +24°C$ — теплота Q/M; она равна $c_{ср}(t_0 - t_к)$, где $c_{ср}$ — значение в середине интервала.

3. Тепловой баланс. Теплоту цилиндра забирает кипящий азот (фон от комнаты уже вычтен в шаге 1):

$$Q = \lambda\,\Delta m \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{Q}{\Delta m} = \frac{1{,}09 \cdot 10^4\ \text{Дж}}{0{,}052\ \text{кг}} \approx 2{,}1 \cdot 10^5\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}.$$

Обратите внимание. Убыль показаний за время бурного кипения — не Δm: в ней сидит и фоновое испарение, а скачок весов вверх меньше 70 г потому, что первый отсчёт после погружения сделан уже через полминуты кипения. Только сравнение параллельных прямых отделяет одно от другого.

Проверка. Размерность: $[Q/\Delta m] =$ Дж/кг. Второй способ для Δm: от $\tau_1 = 3{,}5$ до $\tau_2 = 7{,}5$ мин прошло 4 мин; без цилиндра азот потерял бы $6 \cdot 4 = 24$ г, а потерял (по крутой прямой, считая от 299 г до 223 г) 76 г — разница 52 г, то же. Табличное значение для азота — около $2 \cdot 10^5$ Дж/кг, наш результат с ним согласуется.

Ответ. 1) График — три прямые: $m = 250 - 6\tau$ до погружения в $\tau_1 = 3{,}5$ мин, $m = 365{,}5 - 19\tau$ до $\tau_2 = 7{,}5$ мин, $m = 268 - 6\tau$ после (рис. 2); 2) $\lambda = \dfrac{M\,c_{ср}(t_0 - t_к)}{\Delta m} \approx \dfrac{10{,}9\ \text{кДж}}{52\ \text{г}} \approx 2{,}1 \cdot 10^5$ Дж/кг.